

國立清華大學 電機工程學系

實作專題研究成果報告

Development of Ellipsometer

橢圓偏振儀開發

專題領域：光電領域

組 別：

指導教授：陳明彰

組員姓名：姚恩璿

研究期間：2023年2月1日至2023年11月30日止，共10個月

Abstract

Polarization refers to the property of transverse waves oscillating in different directions. The electric field of polarized light can be divided into two mutually perpendicular components, E_x and E_y . Based on the phase difference between these two components, polarization can be categorized into linear, circular, or elliptical polarization, further differentiated into right-handed or left-handed polarization according to the chirality. These polarization properties can be represented by a 4×1 matrix called Stokes parameters. A 4×4 Mueller matrix can be used to represent the effect of optical elements on the properties of polarized light, including amplitude modulation ψ and phase modulation Δ . The ellipsometer is a technology that can measure the polarization state of the incident light and the characteristic of the element.

In this experiment, the light source passes through the polarizer, sample, and analyzer in sequence, and then enters the detector. By rotating the sample and the analyzer, a set of different data can be obtained. After these data are numerically retrieved by genetic algorithm, the polarization properties of the incident light and the ψ and Δ of the sample can be obtained. The final measured Δ of the sample is roughly consistent with the Δ obtained by theoretical calculation.

摘要

偏振指的是橫波能夠朝著不同方向振盪的性質，偏振光的電場可分為兩相互垂直的分量 E_x 和 E_y ，可依照兩分量的相位差分為線偏振、圓偏振、橢圓偏振，可再依手性再細分為右旋或左旋，這些偏振性質，可以用一個 4×1 矩陣的史托克參數來表示。而一個 4×4 的穆勒矩陣，可以用來表示光學元件對偏振光性質的影響，這些影響包含了振幅調變 ψ 以及相位調變 Δ ，橢圓偏振儀便是一項可以量測入射光偏振態以及元件性質的技術。

在本實驗中，光源依序透過起偏器、樣品、偏振解析器後，便會進入光偵測器。透過轉動樣品以及偏振解析器的角度，便可得到數組不同的數據，這些數據經過基因演算法數值運算後，即可得到入射光的偏振性質與待測樣品的 ψ 、 Δ ，而最終量測到的待測樣品的 Δ ，與理論計算得到的 Δ 大致相符。

一、研究動機

橢圓偏振儀(ellipsometry)是一種多功能和強大的光學技術，其應用包含但不限於材料特性分析、薄膜厚度測量和生物醫學應用等，本專題將實作一個簡易的橢圓偏振儀，並以此用來量測入射光的史托克參數以及待測樣品對入射光的振幅調變 ψ 和相位調變 Δ 。

二、理論

(一) 史托克參數(Stokes parameters)

史托克參數將光的偏振態以一個 4×1 矩陣 $S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$ 來表示，而這四個參數的定義如下：

下：

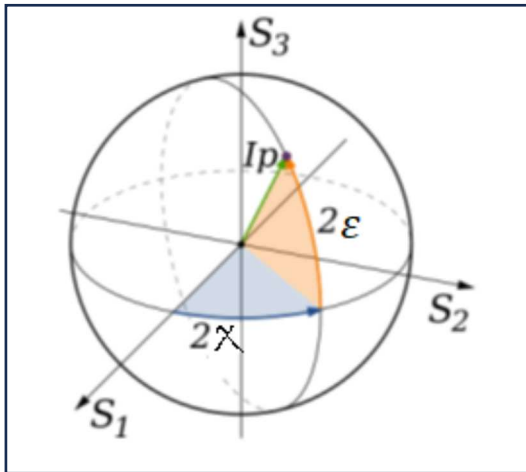
$$S_0 = I$$

$$S_1 = I p \cos(2\chi) \cos(2\varepsilon)$$

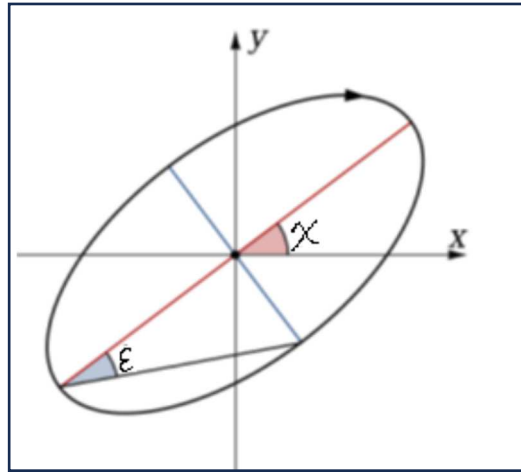
$$S_2 = I p \sin(2\chi) \cos(2\varepsilon)$$

$$S_3 = I p \sin(2\varepsilon)$$

其中， I 代表光強度， p 代表偏光率($0 \leq p \leq 1$)， χ 為偏振角($0 \leq \chi \leq \pi$)， ε 為橢圓率($-\frac{\pi}{4} \leq \varepsilon \leq \frac{\pi}{4}$)，可再用下列兩張圖加以解釋：



圖一 利用龐加萊球表示偏振態



圖二 ε 與 χ 的定義示意圖， χ 為長軸與 x 軸所夾之角， $\varepsilon = \tan^{-1} \frac{\text{半短軸}}{\text{半長軸}}$ 。

圖一為龐加萊球，若偏振態的點繪製於球上時，處於赤道平面，則代表是線偏振，若位於南北極點，則分別對應左旋和右旋圓偏振，其他則是橢圓偏振，另外，於

原點的距離介於0~1之間，代表偏振光與整體光強度的比值。

(二) 穆勒矩陣(Mueller matrix)

光學元件對偏振光的影響可由穆勒矩陣以及矩陣乘法來表示：

$$S' = \begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix} = M * S = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} & m_{03} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{30} & m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

而在此專題中用到的穆勒矩陣如下：

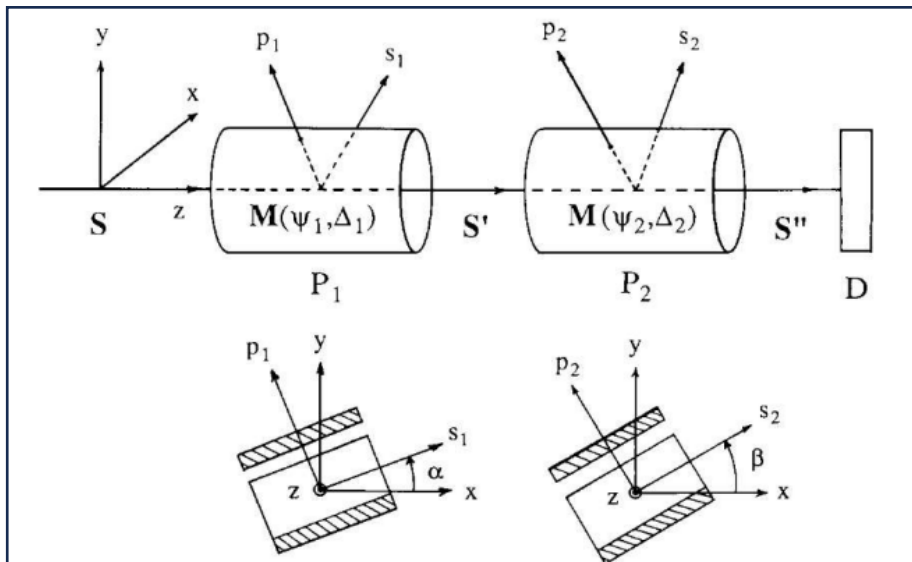
(一)旋轉器: $R(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(二)波片(wave plate)、偏振片(polarizer):

$$M(\psi, \Delta) = \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\psi & 0 & 0 \\ \cos 2\psi & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin 2\psi \cos \Delta & -\sin 2\psi \sin \Delta \\ 0 & 0 & \sin 2\psi \sin \Delta & \sin 2\psi \cos \Delta \end{bmatrix}$$

其中， $\psi = \text{ARCTAN} \left(\frac{t_p}{t_s} \right)$ ， t_p 與 t_s 分別代表 p 軸與 s 軸光的穿透率， $\Delta = \delta_p - \delta_s$ ， δ_p

與 δ_s 分別代表光穿透元件後的相位偏移(phase shift)。而整體實驗架構大概可由圖三來表示：



圖三:實驗架構圖，光沿著+Z方向前進，P1、P2為波片或偏振片， α 與 β 為P1、P2的旋轉角度

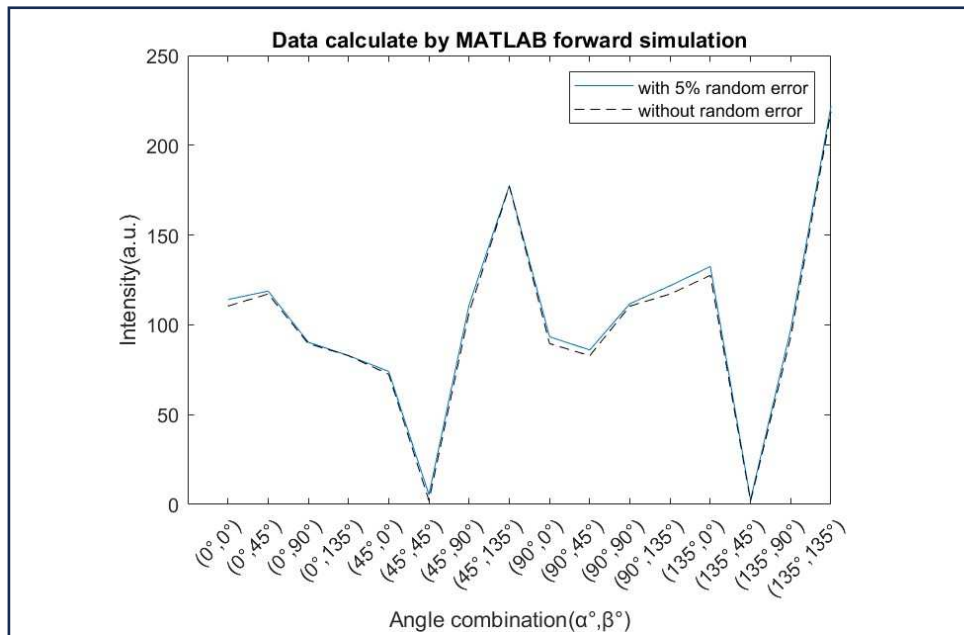
可由此得到最終的史托克參數表示式為 $S' = K * R(-\beta) * M(\psi_2, \Delta_2) * R(\beta) * R(-\alpha) * M(\psi_1, \Delta_1) * R(\alpha) * S$ ，其中K為系統常數。由於實驗中只量得到光強度，經過計算後可得到最終光強度的表示式為：

$$\begin{aligned}
S'_0 = & K * ((1 + \cos(2 * \psi_1)) * \cos(2 * \psi_2) * \cos(2 * (\alpha - \beta)) + S_0 * (\cos(2 * \psi_1) * \cos(2 * \alpha)) \\
& + 0.5 * (1 + \sin(2 * \psi_1) * \cos(\Delta_1)) * \cos(2 * \psi_2) * \cos(2 * \beta)) \\
& + 0.5 * (1 - \sin(2 * \psi_1) * \cos(\Delta_1)) * \cos(2 * \psi_2) * \cos(4 * \alpha - 2 * \beta)) + S_1 * (\cos(2 * \psi_1) * \sin(2 * \alpha)) \\
& + 0.5 * (1 + \sin(2 * \psi_1) * \cos(\Delta_1)) * \cos(2 * \psi_2) * \sin(2 * \beta)) \\
& + 0.5 * (1 - \sin(2 * \psi_1) * \cos(\Delta_1)) * \cos(2 * \psi_2) * \sin(4 * \alpha - 2 * \beta)) \\
& + S_3 * (\sin(2 * \psi_1) * \cos(2 * \psi_2) * \sin(\Delta_1) * \sin(2 * \alpha - 2 * \beta))
\end{aligned} \tag{1}$$

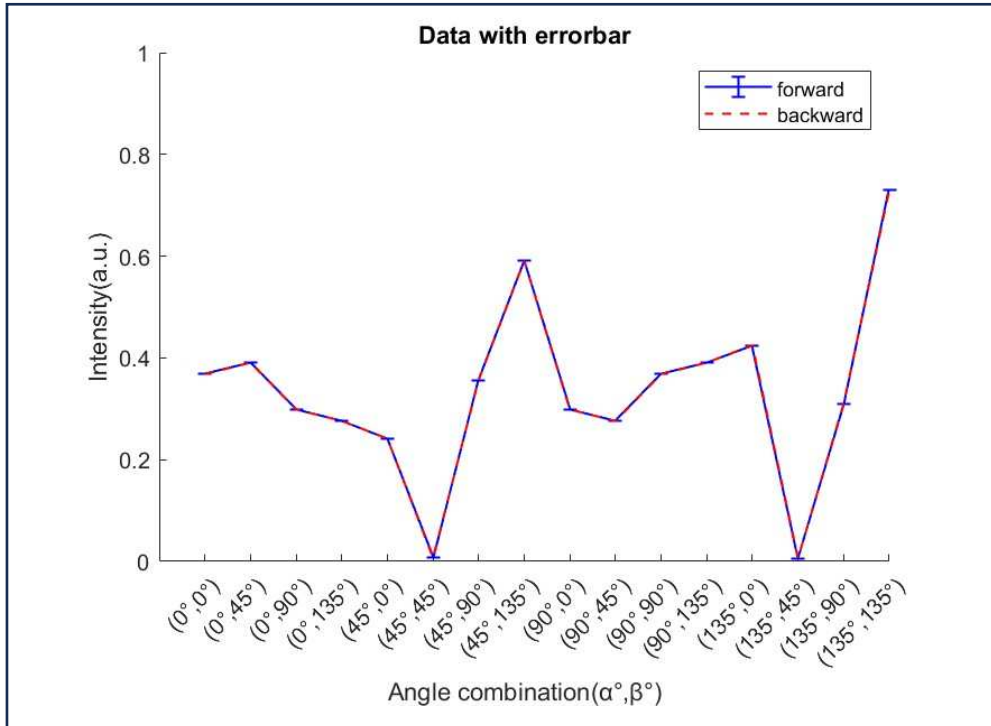
分別取 α 與 β 為0,45,90,135度，便可得到16個 S'_0 ，上面的式子中，有K、S1、S2、S3、 ψ_1 、 ψ_2 、 Δ_1 共7個未知數，經過基因演算法數值運算後，便可求出最佳解。

三、MATLAB 模擬

為了驗證理論的正確性以及基因演算法的抗噪能力，使用 MATLAB 來模擬整個實驗進程，首先，先建立一個不特定的入射光，本次模擬假設入射光的參數為光強度=100，偏振角= $\frac{\pi}{4}$ ，橢圓率= $\frac{\pi}{36}$ ，由此可推算出入射光的史托克參數 $S = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 98.480 \\ 17.36 \end{bmatrix}$ ，接著再模擬其經過16組不同角度的波片以及偏振片，便可得到16個 S' 以及 S'_0 ，而在此模擬中，波片參數為振幅調變 $\psi = \text{ARCTAN}\left(\frac{1}{0.9}\right)$ ，相位調變 $\Delta = \pi/2$ ，為一個不完美的 $\frac{1}{4}$ 波片，而偏振片的參數為振幅調變 $\psi = \text{ARCTAN}\left(\frac{1}{0.05}\right)$ ，相位調變 $\Delta = \pi/36$ ，為一個不完美的偏振片，為了盡量貼近真實情況，模擬時採用不完美的光學元件，另外，為了測試抗噪能力，另外生成一組所有參數相同，但有著5%左右隨機雜訊的數據，用來測試基因演算法的抗噪能力，生成的數據為圖四。

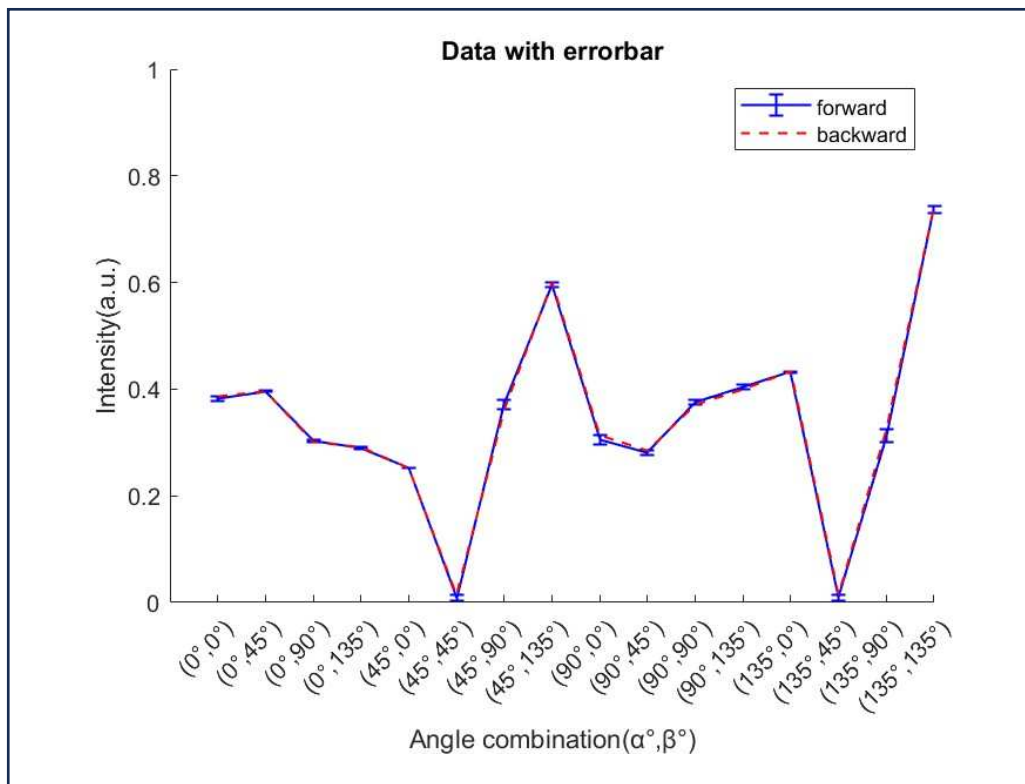


圖四: MATLAB 模擬得到的2組16個 S'_0 數據



圖五 模擬沒有添加額外噪音之數據圖

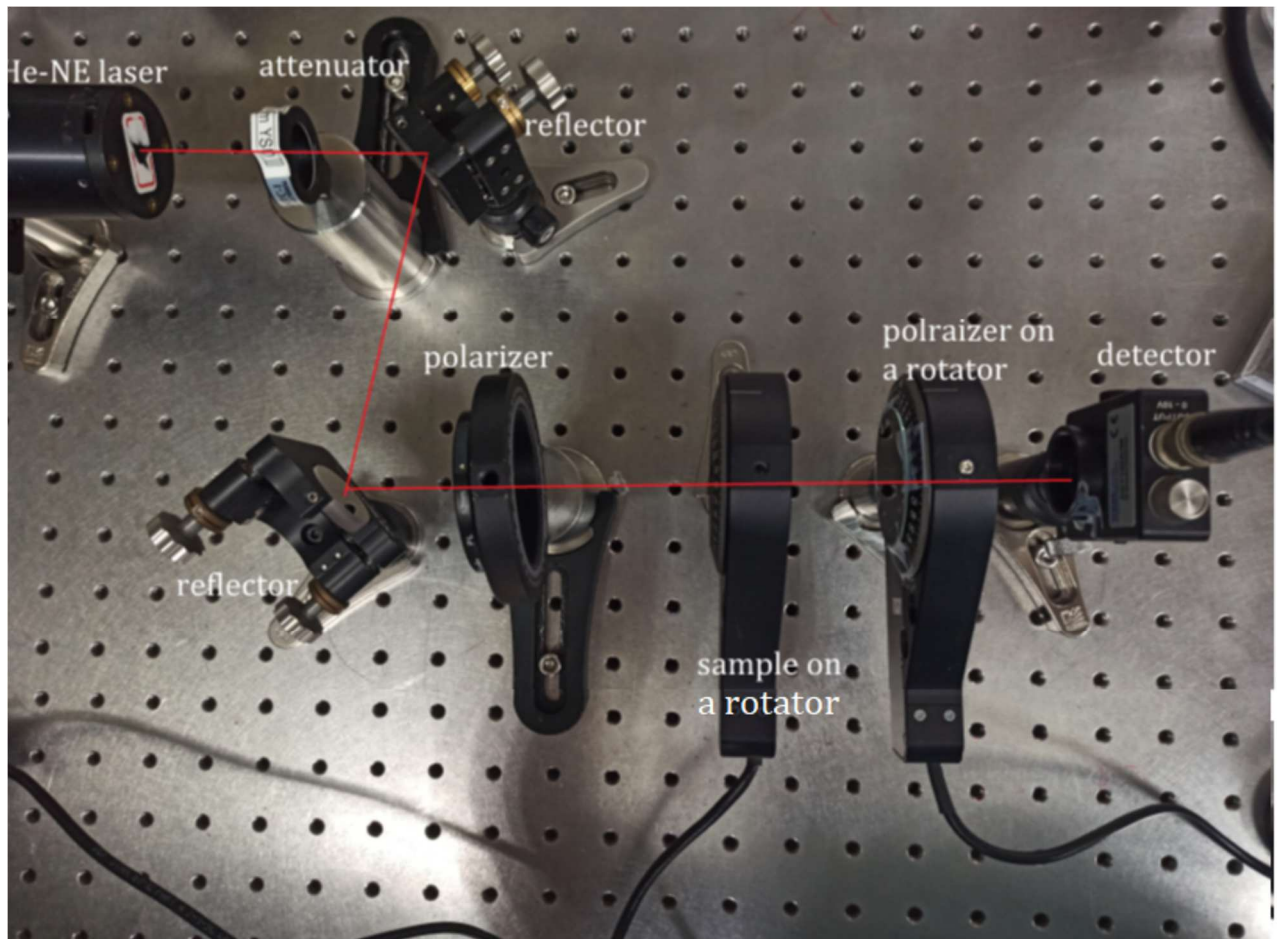
由圖五可以看到在沒有雜訊干擾的情況下，基因演算法算出來的參數在代回公式(1)後，得到的 S'_0 與模擬得到的完全貼合。



圖六 模擬添加額外5%噪音之數據圖

圖六為添加額外噪音之數據，可以看到在有雜訊干擾的情況下，基因演算法算出來的參數在代回公式(1)後，得到的 S'_0 與模擬得到的無法完全貼合。

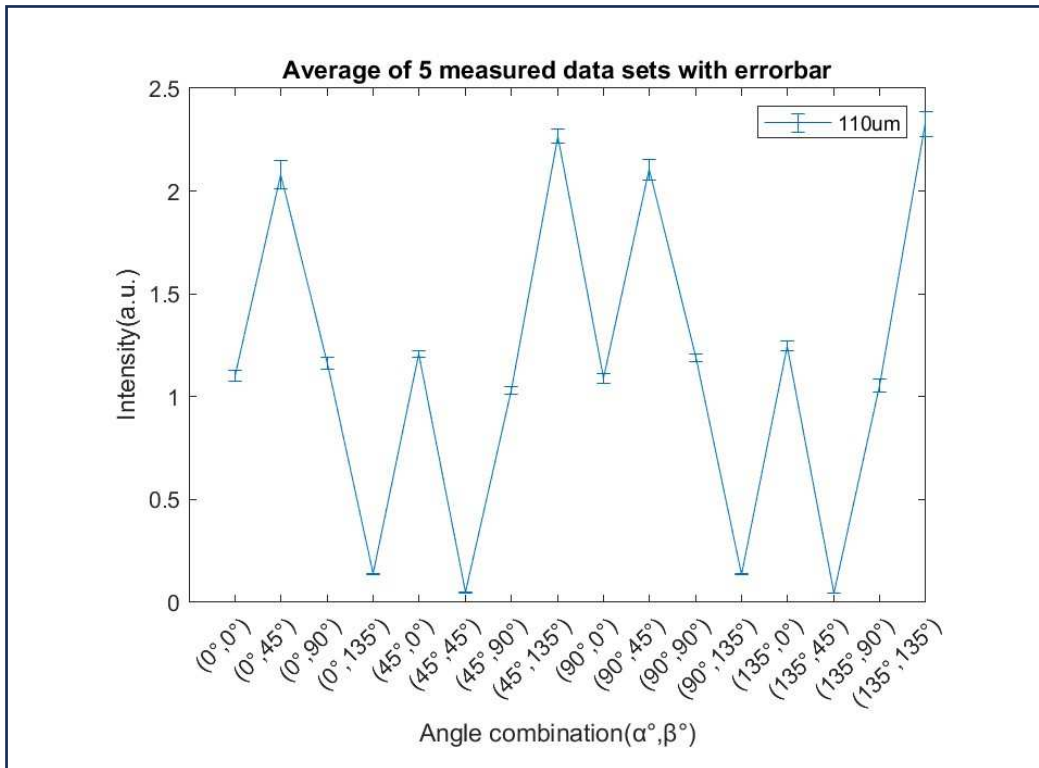
四、實驗架構



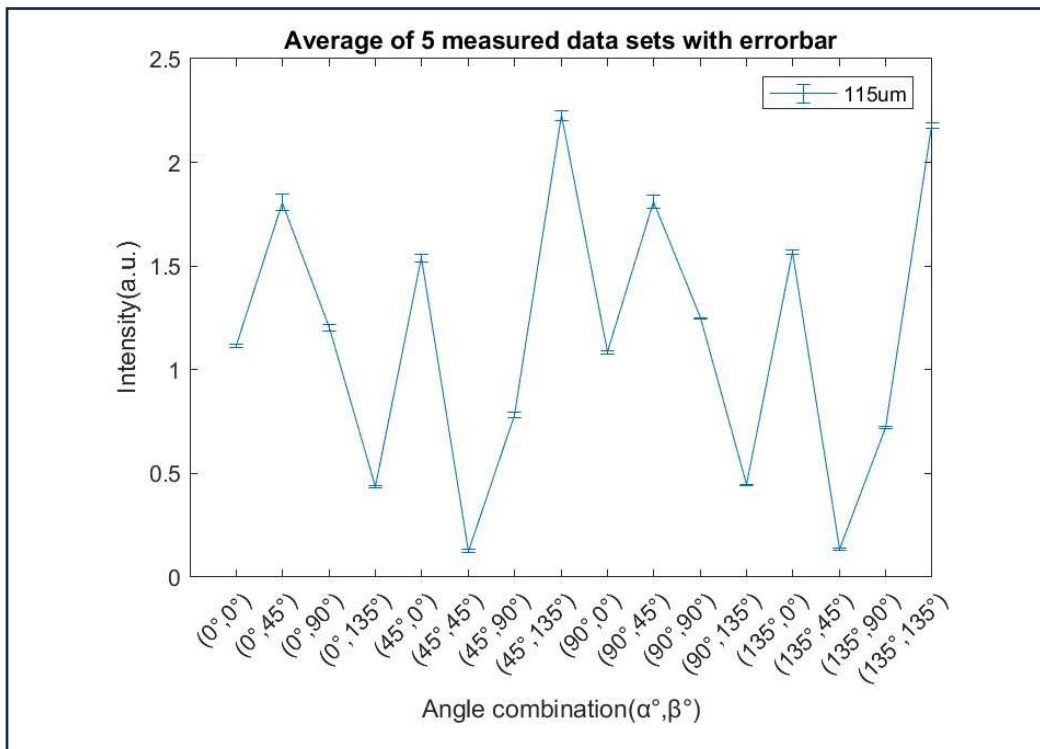
圖七 實際實驗架構圖

圖七為實際架設出來的橢圓偏振儀，光源為圖片左上角的氦氖雷射，依序經過衰減片、兩面反射鏡、起偏器、樣品、偏振解析器後，進入偵測器，其中，樣品以及偏振解析器安裝在旋轉馬達上。

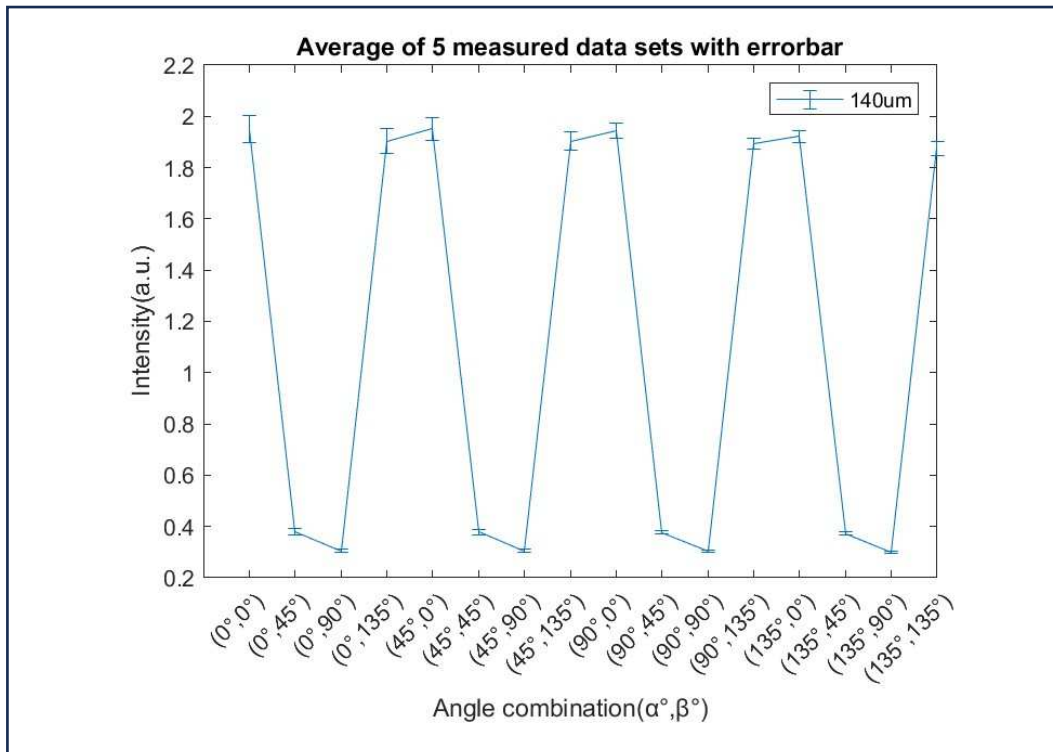
五、實驗成果



圖八 使用厚度為110 μm 的石英作為樣品量測出來的數據

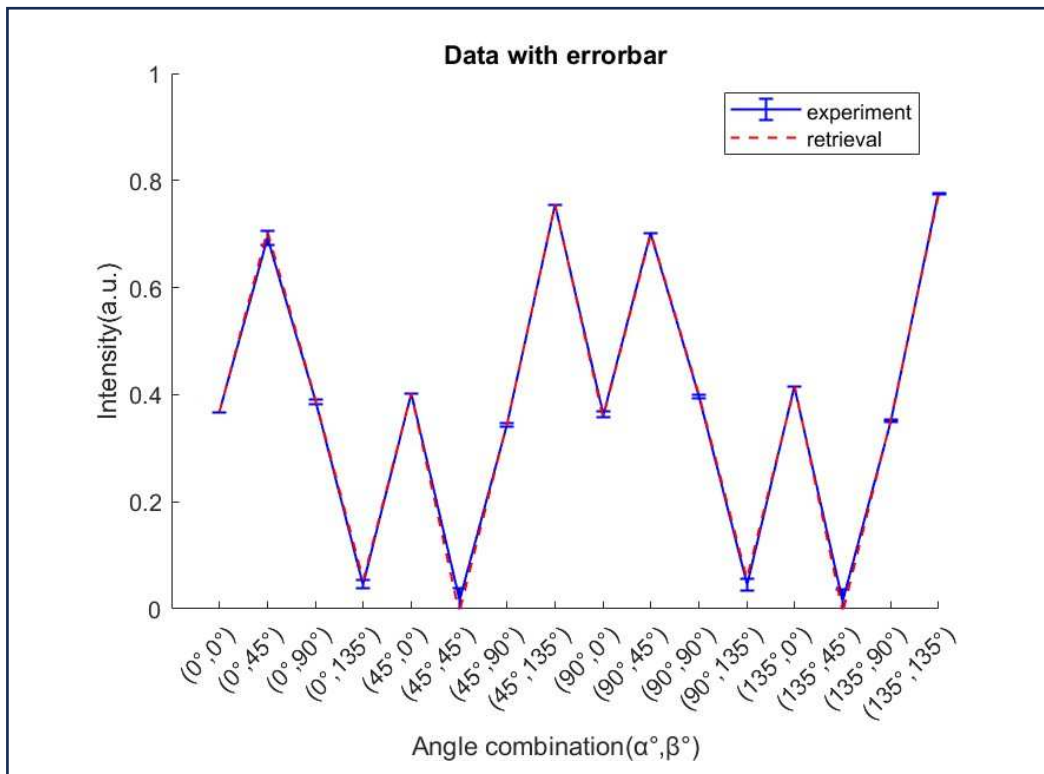


圖九 使用厚度為115 μm 的石英作為樣品量測出來的數據

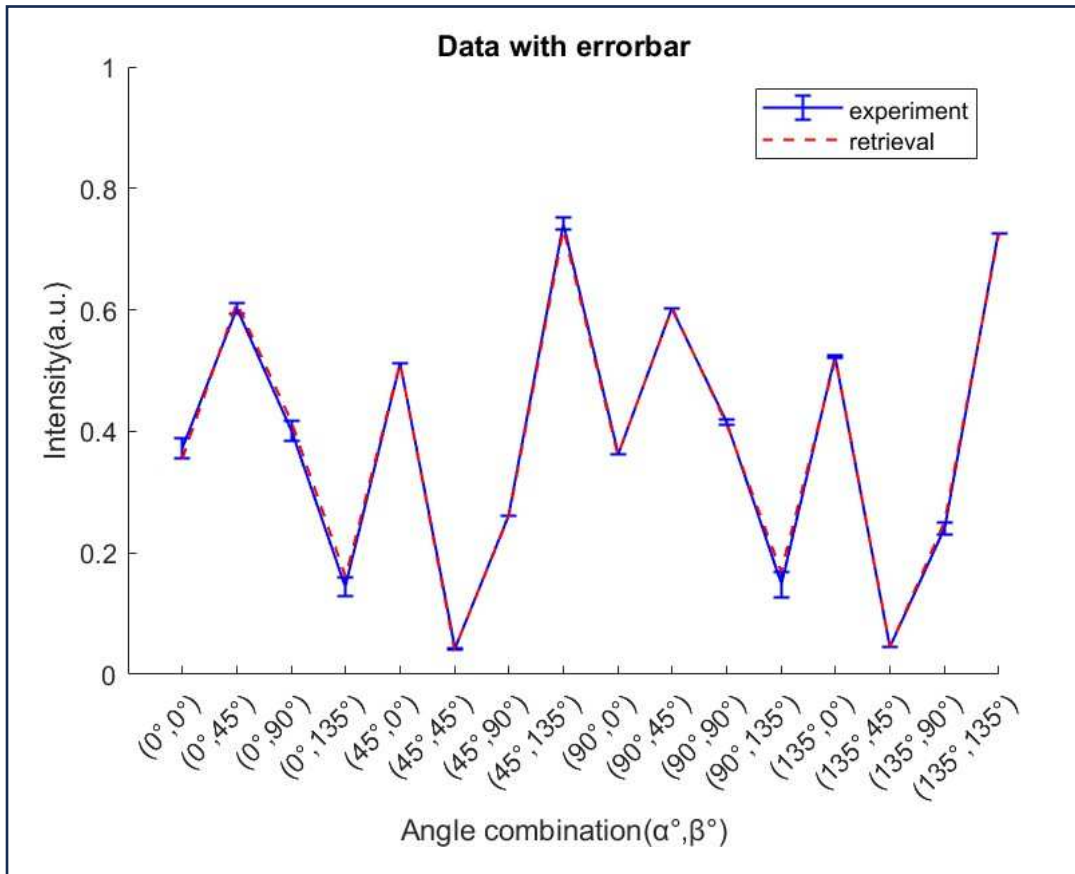


圖十 使用厚度為140 μm 的石英作為樣品量測出來的數據

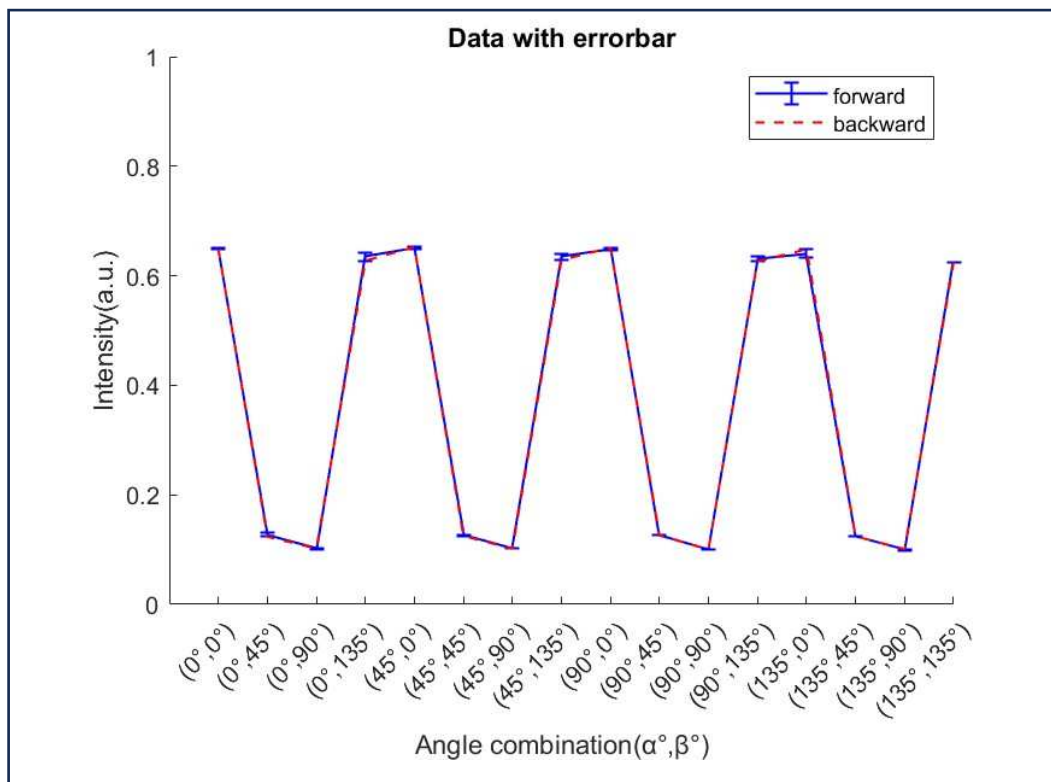
圖八到圖十為使用三種不同厚度所量測到的平均 S_0' 數據圖，誤差大約落在3%左右。



圖十一 使用厚度為110 μm 的石英，量測與基因演算法所得數據比較圖



圖十二 使用厚度為115 μm 的石英，量測與基因演算法所得數據比較圖



圖十三 使用厚度為140 μm 的石英，量測與基因演算法所得數據比較圖

圖十一到圖十三依序為110 μm 、115 μm 、140 μm 使用基因演算法算出來的結果，可以看到解出來的參數在代回公式(1)後，得到的 S'_0 與實驗量測得到的 S'_0 之間，誤差很小。

石英是一種雙折射晶體，它的折射率在垂直於光軸(o 軸，ordinary)及平行於光軸(e 軸，extraordinary)時會不相同，在氬氬雷射波長為632.8nm 的入射光下，它的 $n_o=1.5426$ ， $n_e=1.5517$ ，而雙折射晶體的相位調變 Δ 可依照下列公式計算：

$$\Delta = \frac{2 \times \pi \times (n_e - n_o) \times d}{\lambda_0}, \text{ d 為晶體厚度} \quad (2)$$

Given by supplier		Measured by ellipsometer		Error of length
Thickness of quartz(μm)	Δ_1 (radius)	Thickness of quartz(μm)	Δ_1 (radius)	
110	3.66	110.71	3.72	0.65%
115	4.11	114.91	4.1	0.078%
140	0.0834	139.15	0.007	0.68%

表一 石英參數比較表

由表一可以看到誤差在1%以下，可說是十分成功的量測。

六、結論

本次專題實作了一個簡易的橢圓偏振儀，並以此精確量測了三種不同厚度的石英對偏振光的相位調變 Δ ，此外，由於在實作過程中，因為發現無法將石英晶體的 o 軸對到完全平行光學桌面，也就是說 α 實際上取的4種角度並不是(0°,45°,90°,135°)，而是要在額外加上一個 o 軸的未知傾角 α_0 ，因此未知數會由原本的7個變成8個，卻依舊可以成功解出所有參數，也就是說，即使在對待測樣品完全未知的情況下，這項橢圓偏振儀依舊可以精確的測出樣品對偏振光的相位調變 Δ 以及 o 軸的方向。

七、參考資料

[1]T. Kotde et al. "Elliptical-polarization analyses of synchrotron radiation in the 5-80-ev region with a reflection polarimeter", Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A308(1991) 635-644.