

Dispersion curves of rectangular dielectric gratings waveguide

矩形光柵之色散曲線

組別：B82

指導教授：黃衍介

組員：陳文祺

摘要

具有週期性結構之光柵可以應用在耦合器、濾波器、放大器、雷射產生器和共振轉向裝置。本實驗室致力研究調制入射雷射能量和光柵週期，讓每個周期之光柵形成布拉格耦合之共振腔，來達到儲存能量並輻射 keV 能量等級之雷射。

本專題之研究方向，是以 2D、3D 之結構，給定光柵週期、高度等參數，用不同軟體之運算方式來模擬該介電光柵之色散曲線或色散圖，並由色散圖之 Bragg mode 對應之頻率與團隊其他研究比對是否與給定之電子束能量平行入射光柵上方產生之共振頻率相同。

研究內容

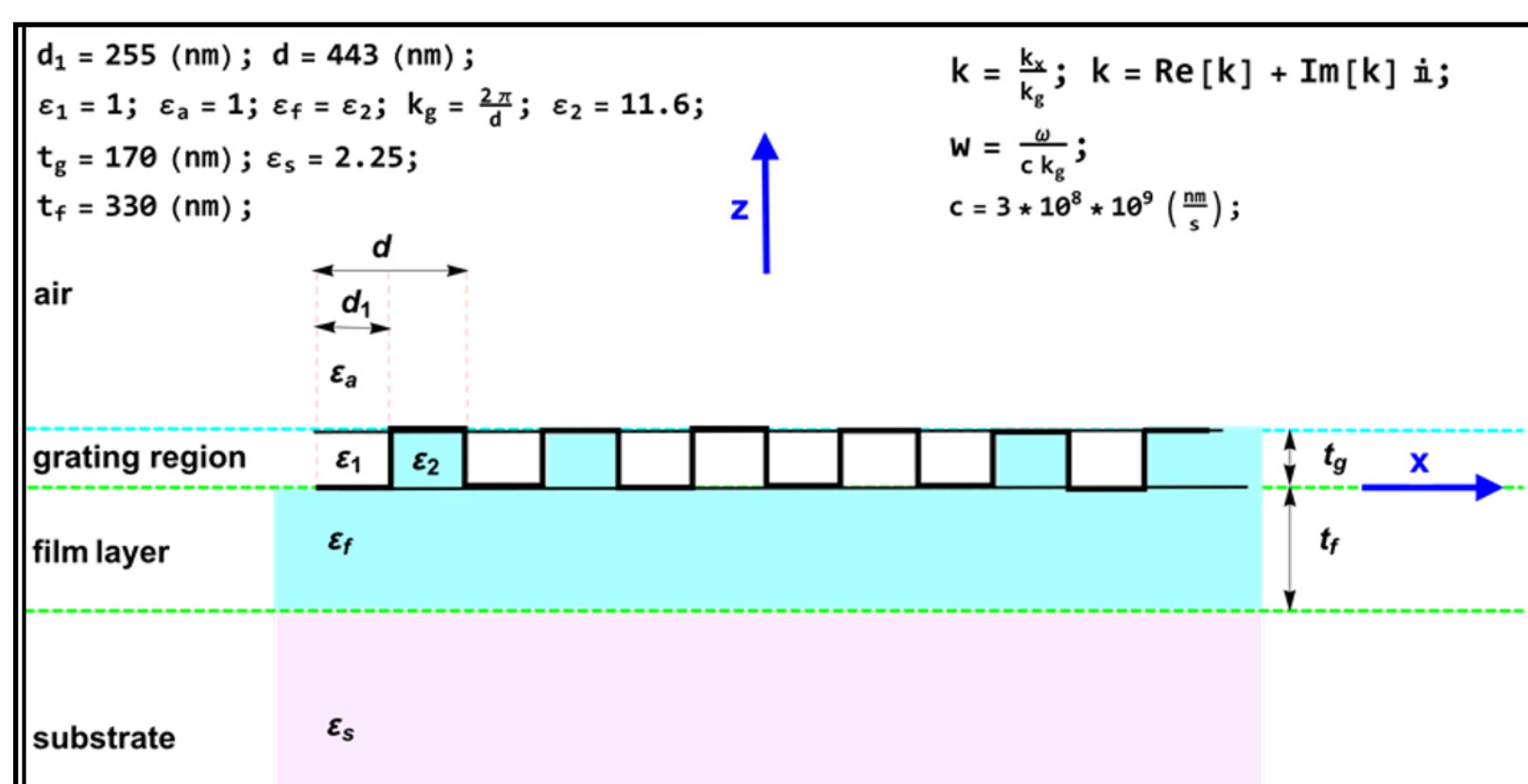


圖1. 模型參數

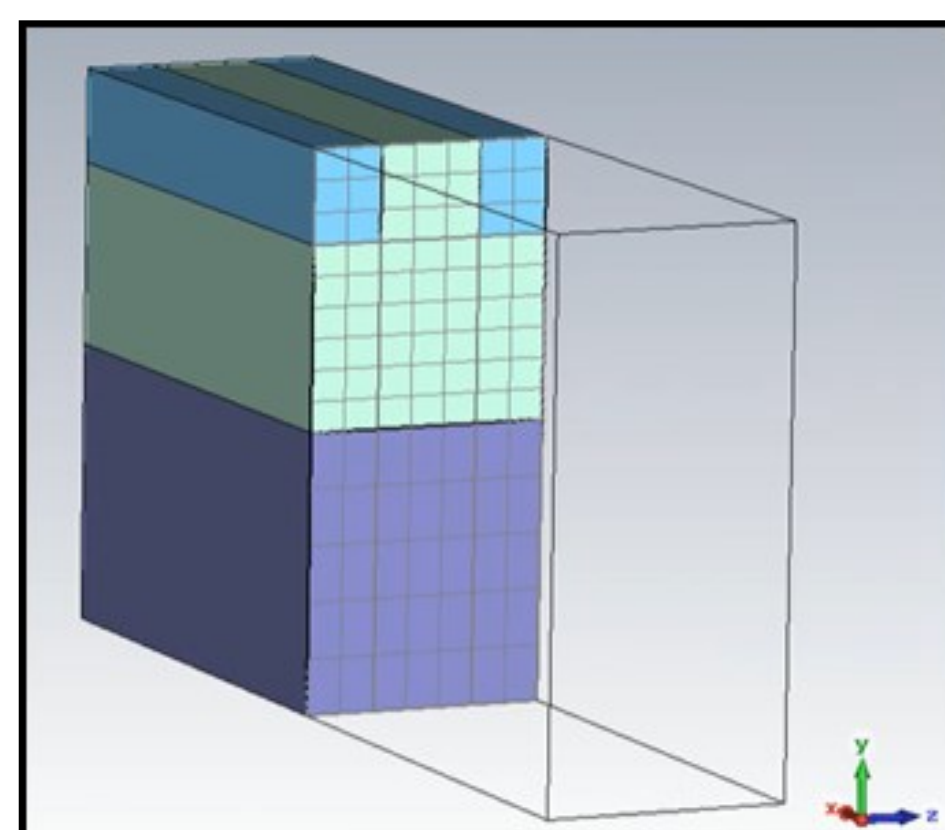


圖2. CST 內的單位光柵

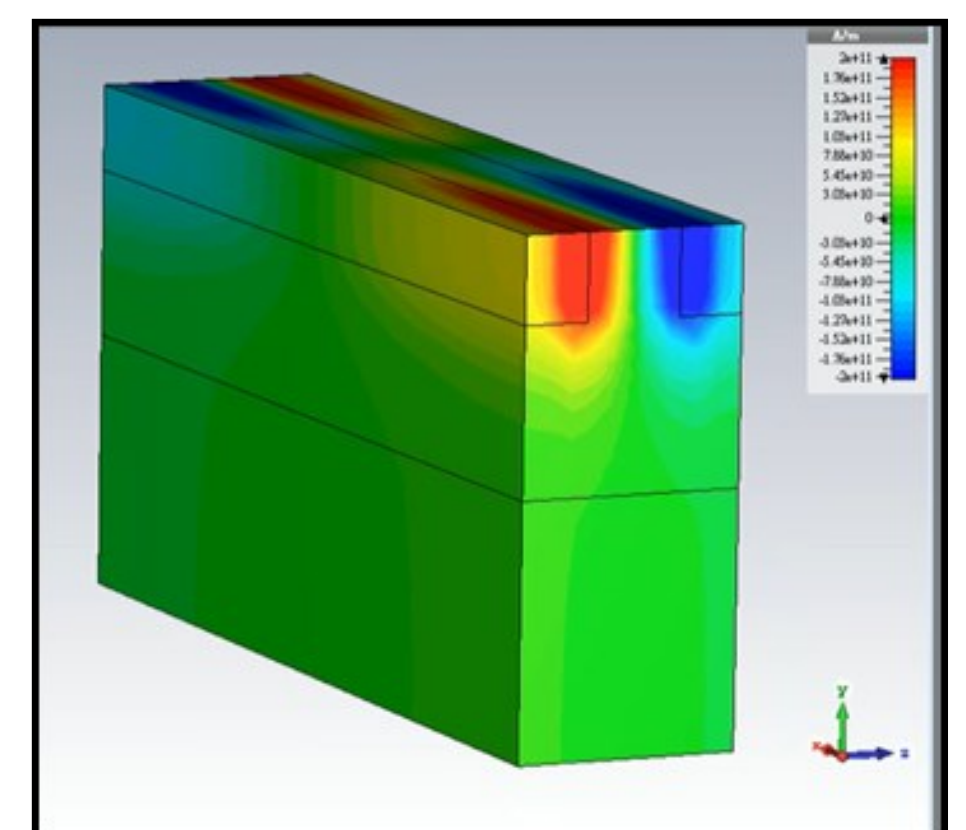


圖3. CST內電磁場3D動畫

特定結構大小下打入53.6keV電子束後，在144Thz有最明顯的輻射強度為設計依據，以此建立圖1內的參數。3D運算需要結構建立在CST裡，模型因為光柵週期性故建立一個單位光柵，在邊界設定週期性的邊界條件，如圖2，執行Eigenmode模擬得到色散圖，可以在分析過程中由3D動畫檢視圖3. 電磁場共振情形。在2D運算中， k 、 w 為變數，帶入判別式中，求出 k - w 的曲線，得到該光柵之色散曲線。

```
Clear[k, w]
w = 0.214;
FindRoot[Det[IM - Rfnm], {k, 0.50 + 0.00000001 I (*initial point*)}]
{k -> 0.508709 + 2.75308 x 10^-18 i}
```

圖4.. Mathematica中給定w的值，找k的解

研究成果

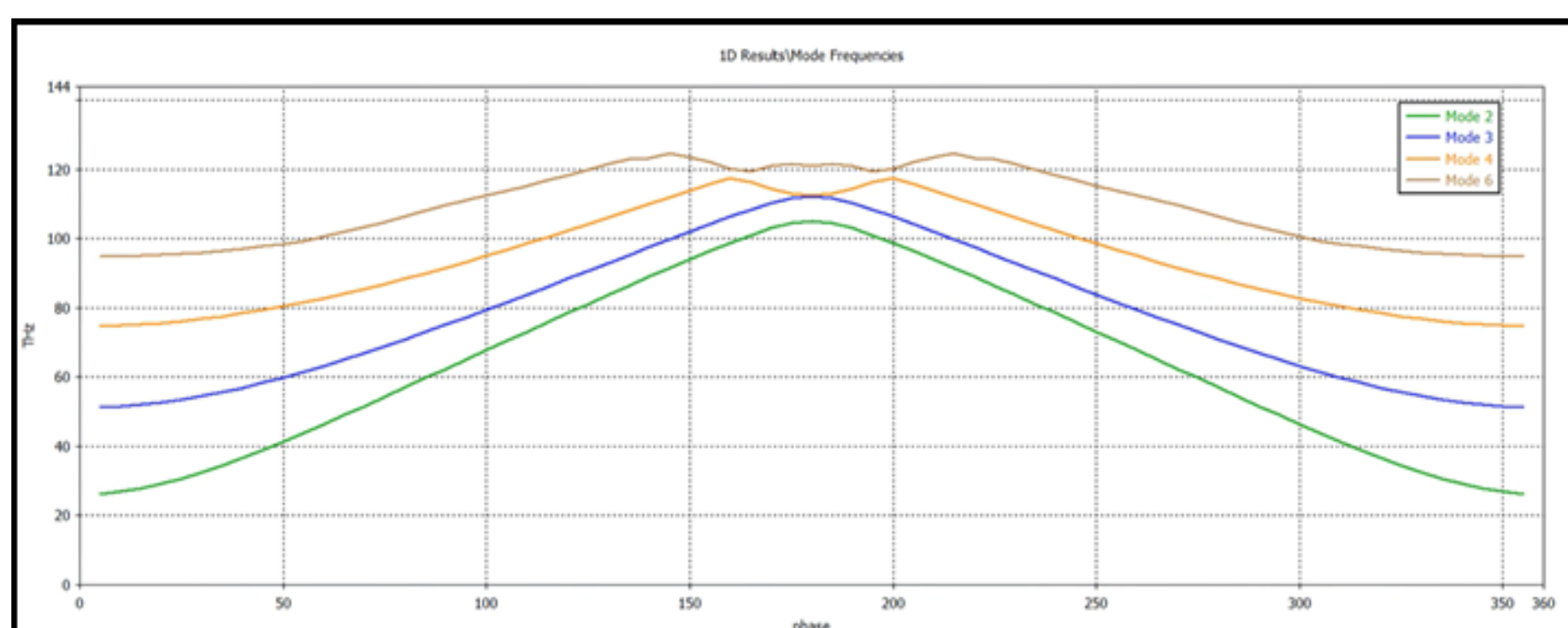


圖 4.CST 色散曲線

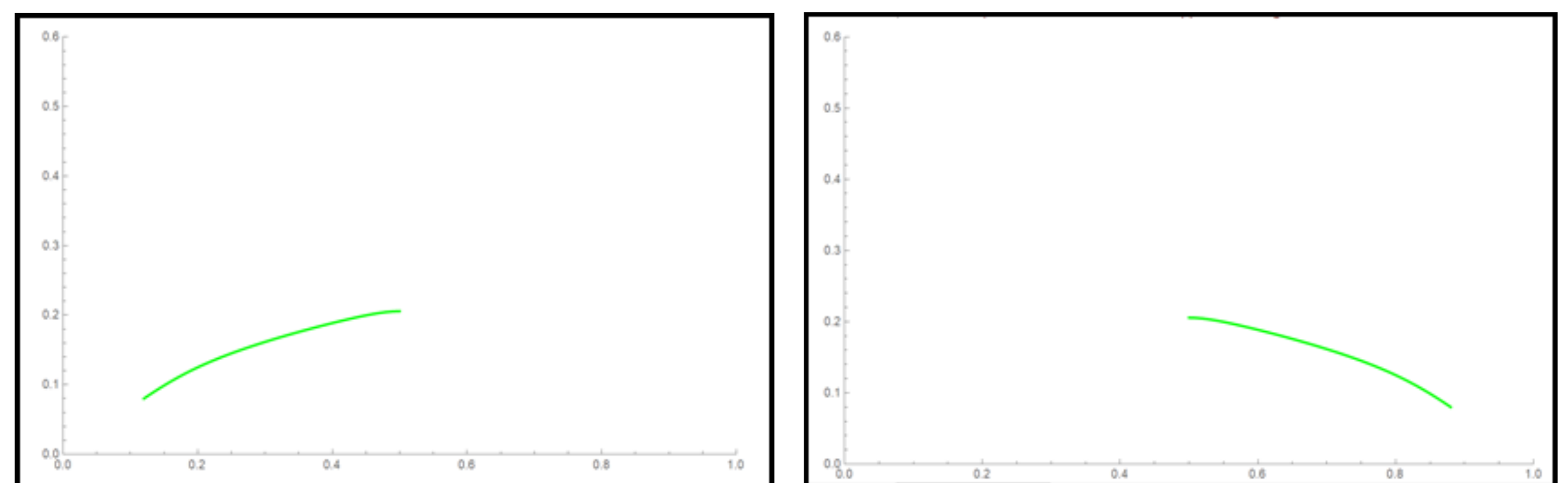


圖 5. Mathematica 色散曲線 (左: $k = 0.01 \sim 0.5$ 右: $k = 0.5 \sim 0.99$)

假設每個光柵形成一個共振腔，所以電磁波在其寬度行徑之相位在邊界有速度上的轉變，表示波能往回傳遞，而由正到負的速度理論上來看不會是相速度翻轉，所以群速度會有由正到負的改變，則我們可以預想該色散曲線會呈現山波的形式，與圖4.的CST色散曲線一樣，在反射前群速度往波行徑方向，反射後群速度往波行徑方向相反方向。因為光柵的週期性，群速度等於零的點理論上位於 $180n$ 相位的點， $n=1, 2, 3, \dots$ ，也就是在Bragg point產生群速度歸零。

結論

CST的模擬環境在Eigenmode下對有很大的限制，所以在邊界條件被限制的情況下只能找出近似的色散曲線，然而令人鼓舞的，是模擬出來的色散曲線符合我們所期待的樣貌，左右對稱於Bragg point相位的曲線，表示我們模擬的結果仍然可以當作其他模型進一步研究的參考。而2D的數學分析可以驗證實驗室其他團隊的結果，但這個方法僅限於簡單的矩形光柵推導，未來勢必要學會如何透過3D分析找出色散曲線。

Reference:
[1] S. M. Razavizadeh. (2014) *Dispersion Curve Using CST MWS Quick Guide*
[2] S.T. Peng, T. Tamir, H.L. Bertoni. (1975) *Theory of Periodic Dielect Waveguides*