

國立清華大學 電機工程學系

實作專題研究成果摘要

Numerical Modeling of Surface Plasmon Vortex
with Controllable Topological Charge

可調控拓撲電荷的表面電漿渦旋數值模擬

專題領域：光電領域

組 別： B588

指導教授：黃承彬

組員姓名：胡婷芳

研究期間：114年 2月 14日至 114年 11月 24日止，共 9個月

摘要

在現代奈米光子學領域中，光所攜帶的軌道角動量（Orbital Angular Momentum, OAM）為增加光通訊容量與實現光學操控提供了關鍵的自由度。隨著研究逐漸朝向積體光路與次波長尺度發展，如何在數值模擬環境中精確且高效地建構 OAM 光束已成為一項重要的研究課題。雖然在實驗環境中利用螺旋相位板等實體元件產生 OAM 光束的方法已相當成熟，但在時域有限差分法（Finite-Difference Time-Domain, FDTD）模擬中若直接建構這些複雜的實體結構，往往導致極高的運算成本、大量的記憶體需求以及參數調整上的困難。解決此一模擬光源建構的問題，對於探索表面電漿激元（SPP）的現象與應用具有關鍵意義。

為克服此一瓶頸，本研究提出並驗證了一套結合 Matlab 與 Ansys Lumerical FDTD 的數值模擬流程。本研究利用光瞳函數（Pupil Function）法來建構 Laguerre-Gaussian (LG) 渦旋光束。透過在 Matlab 中進行快速傅立葉轉換（FFT），將 LG 渦旋光場由實空間轉換至動量空間（k-space）以定義涵蓋光束特性的光瞳函數，隨後將其導入 FDTD 環境中，利用平面波分解法重構渦旋光束。此方法無須模擬實體產生元件，即可在繞射極限內精確定義並獨立調控拓撲電荷（topological charge）、波長及光束腰寬，確保了極高的模態純度。

為驗證此方法的有效性，本研究將生成的渦旋光束應用於等離子體阿基米德螺旋（Plasmonic Archimedes Spiral, PAS）結構以激發表面電漿激元（SPP）。模擬結果證實，PAS 結構能成功將入射光的自旋角動量（SAM）、軌道角動量（OAM）及結構自身的幾何電荷（Geometrical Charge）轉換並耦合至表面電漿渦旋中，且生成的表面電漿渦旋總拓撲電荷 L 嚴格遵守角動量守恆定律： $L = l_{SAM} + l_{OAM} + l_{geometrical}$ 。此外，本研究創新地利用二維快速傅立葉轉換（2D FFT）進行空間頻域（Spatial Frequency Domain）分析，觀測到半徑符合 k_{SPP} 的清晰動量環以及對應於總電荷數 $2L$ 的瓣狀結構。這些結果從空間頻率的角度有力地證明了本研究提出的數值模擬流程所生成渦旋光場具有極高的純度。

本研究結果建立了一套高效、可精準調控且可靠的數值模擬流程，未來可進一步設計 LG 渦旋光束的光場分布及 radial mode number (p)，提供更多的自由操控變數；亦可將此模擬方法套用在不同複雜光場，將有助於未來在奈米光子學中光與物質交互作用及 OAM 應用的深入研究。

1. 研究簡介

1.1 研究背景與問題說明[1][2]

光束攜帶的軌道角動量 (OAM) 因其具有螺旋相位波前 $e^{il\phi}$ 及正交自由度，被視為提升光通訊容量至 Tbit/sec 級別及實現光學微操控的關鍵。為將 OAM 應用於積體光路，需透過表面電漿激元 (SPP) 突破繞射極限，在亞波長尺度下進行操控。

在實驗環境中利用螺旋相位板等實體元件產生 OAM 光束的方法已相當成熟，但在時域有限差分法 (Finite-Difference Time-Domain, FDTD) 模擬中若直接建構這些複雜的實體結構，往往導致極高的運算成本、大量的記憶體需求以及參數調整上的困難。

1.2 研究目的

- i. 準確地在 FDTD 模擬中建構高純度的 LG 渦旋光束作為入射源，並克服 FDTD 在建構複雜渦旋場時所需的大量模擬區域、時間和記憶體需求的難點。
- ii. 提供一種能夠直接且精確定義 LG 渦旋光束的 OAM 拓撲電荷、波長、以及光束腰寬 (beam waist) 等參數的數值模擬方法，並確認這種方法在光束繞射極限內的可行性。
- iii. 將自行開發的數值模擬流程生成的 LG 渦旋光束應用於等離子體阿基米德螺旋 (PAS) 的實驗模擬中，以驗證所產生渦旋光束的各項特性和準確性。

1.3 研究創新

- i. 從 Pupil Function 層面理解 LG 渦旋光束 (Laguerre-Gaussian Vortex Beam)。透過傅立葉轉換，將 LG 渦旋的 Real Space 場分佈轉換為動量空間 (k-space) 的 Pupil Function，以平面波解析 LG 渦旋光束，從而理解 OAM 模式在動量空間中的結構，作為開發數值模擬流程的理論基礎。
- ii. 基於對 LG 渦旋光束在 Pupil Function 分布的理解，成功開發出一套從 Matlab 至 Ansys Lumerical FDTD (本研究所使用的數值模擬軟體) 的數值模擬流程。利用 pupil function 準確地在 FDTD 模擬中建構高純度的 LG 渦旋光束作為入射源，克服 FDTD 需花費大量模擬區域、大量模擬時間、及高記憶體需求以建構複雜渦旋場的難點。
- iii. 提供一種能夠直接精準定義 LG 渦旋光束的 OAM、波長、束腰寬 (beam waist) 等參數，並同時確認光束繞射極限的可行性的數值模擬方法。
- iv. 將前述自行開發的數值模擬流程生成的渦旋光束進行等離子體阿基米德螺旋 (PAS) 的實驗模擬，以驗證自創數值模擬流程生成的渦旋光束的特性。
- v. 使用與參考文獻[6]相似的實驗架構，但改使用包含 OAM 的光源。藉由改變 OAM、geometrical charge 等參數，驗證等離子體阿基米德螺旋 (PAS) 可將光源的 SAM、OAM、及自身 geometrical charge 累加並轉換至 SPOAM 的特性。

- vi. 首次利用二維 Fast Fourier Transform 對模擬結果的表面電漿渦旋場進行分析，在空間頻域 (spatial frequency domain) 中清晰地呈現 k_{SPP} 動量環，從動量角度驗證本研究透過自創模擬流程產生的表面電漿激元 (SPP) 渦旋的特性與純度。

1.4 理論基礎

i. Laguerre-Gaussian Vortex Beam [3]

LG 渦旋光束是 Helmholtz equation 在圓柱坐標系下的一組解。對於在 z 方向傳播的 LG 渦旋光束，其電場振幅 $E_{l,p}(\mathbf{r})$ 可以表示為：

$$E_{l,p}(r, \phi, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right)^{|l|} L_p^{|l|} \left(\frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{w^2(z)} \right) \times \exp \left(-ikz - ik \frac{r^2}{2R(z)} + il\phi + i(2p + |l| + 1)\zeta(z) \right) \quad (1)$$

式 (1) 中 r, ϕ, z 為圓柱坐標系座標，以光束的焦點為原點。 l 為拓譜電荷 (topological charge)， p 為 radial mode number。 E_0 為光場強度常數， w_0 為光束束腰寬 (beam waist)， $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2}$ 為任意 z 處的等效半徑， $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ 為 Rayleigh range。 $L_p^{|l|}(\cdot)$ 為 generalized Laguerre polynomial， $k = 2\pi/\lambda$ 為波數， $R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z} \right)^2 \right]$ 為波前的曲率半徑， $\zeta(z) = \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_R} \right)$ 為 Gouy phase shift。

ii. 表面電漿激元 (Surface Plasmon Polariton, SPP) [4][5] 與等離子體阿基米德螺旋 (Plasmonic Archimedes Spiral, PAS) [6]

表面電漿激元 (Surface Plasmon Polariton, SPP) 是光子與金屬表面自由電子耦合的電磁波，能將光場限制在奈米尺度，突破傳統光學的繞射極限。SPP 的波向量 k_{SPP} 大於相同頻率下自由空間的波向量 k_0 ，因此自由空間的光子無法直接激發 SPP，必須使用特殊的耦合機制來補償動量差。

等離子體阿基米德螺旋 (Plasmonic Archimedes Spiral, PAS) 通常是在金屬薄膜上蝕刻出奈米等級的螺旋狀溝槽，此螺旋的設計會帶有一個幾何角動量 (Geometrical Charge, $l_{geometrical}$)。當入射光照射到 PAS 上時，PAS 結構會提供自旋-軌道耦合 (Spin-Orbital Coupling, SOC) 必要的動量匹配，根據角動量守恆，最終產生 SPP 渦旋的 OAM (即總拓撲電荷 L) 為：

$$L = l_{SAM} + l_{OAM} + l_{geometrical} \quad (2)$$

產生的 SPP 渦旋的場分布以 z 方向偏振為主，可以用式(3)表示：

$$\vec{E}_z(R, \phi) \propto \hat{z} \int_0^{2\pi} e^{i2\theta} e^{iRk_r \cos(\phi-\theta)} d\theta = \hat{z} J_q(k_{spp}R) e^{iq\phi} \quad (3)$$

2. 研究方法

2.1 本研究數值模擬流程之設計原理

i. Pupil Function of an Optics System

Pupil Function $P(f_x, f_y)$ 是源自傅立葉光學 (Fourier Optics) 的概念，描述光波穿過一個光學成像系統時如何受到影響，可以理解為「光學系統的 Transfer Function」或是「空間頻率 (spatial frequency) 的 filter」。

$P(f_x, f_y)$ 定義為 Point Spread Function $PSF(x, y)$ 的傅立葉轉換：

$$P(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{PSF(x, y)\} = \frac{1}{A} \iint_{-\infty}^{\infty} PSF_A(x, y) \exp[-j2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (4)$$

此 Pupil function $P(f_x, f_y)$ 可以唯一的描述並代表一個光學系統。

ii. 以 Pupil Function 表示 LG mode Vortex

考慮 LG 渦旋光束是以數個平面波所組成的、在 z 方向上傳播的光束，則此渦旋光束能夠以光束的 k -space 動量分佈 $\tilde{E}(k_x, k_y)$ 唯一表示。當我們考慮光學系統為理想薄透鏡時，pupil function 會和光束的 k -space 動量分佈 $\tilde{E}(k_x, k_y)$ 相關，即 LG 渦旋光束能夠以以光束的 pupil function 唯一表示：

$$P(f_x, f_y) = \tilde{E}(2\pi f_x, 2\pi f_y) \quad (5)$$

只要 $k_x^2 + k_y^2 \leq k^2$ (在繞射極限內)，此 pupil function 即可完整攜帶渦旋光束資訊，無須在 FDTD 中計算複雜的空間公式。

2.2 本研究數值模擬流程

- i. 在 Matlab 中以式(1)的 LG 渦旋光束的解析解定義光場分布。
- ii. 對光場進行 FFT 取得 $P(f_x, f_y)$ ，並檢查頻譜是否超出 k_0 以確保符合繞射極限。
- iii. 將換算後的 Pupil Function 導入 Lumerical，設定以 200 個平面波重構光源。
- iv. 建立銀 (Ag) 基板上的 PAS 結構 (定義如式 (6))，並設置適當的邊界條件與偵測器。

2.3 模擬材料與幾何形狀設計

使用波長為 $\lambda_0 = 1200 \text{ nm}$ 的入射光。模擬結構如 Fig 1 所示，以玻璃作為基板，在玻璃上層堆疊 250nm 厚的銀，銀的上方為真空空間。接著在銀層內挖去 PAS 螺旋狀結構的螺旋光柵，光柵內同為真空材質。

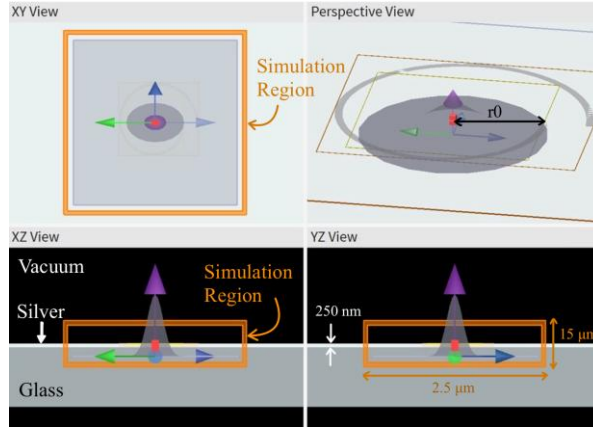


Fig. 1 模擬材料與結構設計三視圖

PAS 為極座標定義的螺旋結構[6]:

$$\begin{cases} r(\phi) = r_0 + g\lambda_{SPP}\phi/2\pi & \text{if } g \geq 0 \\ r(\phi) = r_0 + g\lambda_{SPP}(\phi - 2\pi)/2\pi & \text{if } g < 0 \end{cases} \quad (6)$$

設計 $r_0 = 2\lambda = 2400nm$ 以節省模擬範圍、提升模擬效率， g 為螺旋結構所帶有的幾何電荷 (geometrical charge, $l_{geometrical}$)，為任意整數，會在後續實驗改變其值。

λ_{SPP} 為表面電漿 SPP 的波長，其值由交界上下材料-真空和銀的介電系數與磁導率決定[5]:

$$k_{SPP} = \frac{\omega}{c} \left[\frac{\epsilon_1 \epsilon_2 (\epsilon_1 \mu_2 - \epsilon_2 \mu_1)}{(\epsilon_1 + \epsilon_2)(\epsilon_1 - \epsilon_2)} \right]^{1/2} \quad (7)$$

考慮 $\mu_1 = \mu_2$ ， $\epsilon_1 = \epsilon_{vac}$ 。Ansys lumerical FDTD 資料庫中 $1200nm$ 銀的相對介電系數為 $\epsilon_{silver,1200nm} = (-67.2178 + i6.29865)\epsilon_{vac}$ ，帶入式(7)整理後可得:

$$\lambda_{SPP} = \frac{2\pi}{Re\{k_{SPP}\}} = \lambda_0 \cdot Re \left\{ \sqrt{\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{\epsilon_1 \epsilon_2}} \right\} \approx \lambda_0 \cdot 0.9925990961 \quad (8)$$

3. 實驗模擬結果

3.1 Matlab 中 LG 模式渦旋光場的建構及其 Pupil function

根據前述實驗方法，定義光場振幅 E_0 為歸一化常數，並固定束腰寬 $w_0 = 20\mu m$ 、波長 $\lambda_0 = 1200nm$ ，取樣範圍為束腰寬 t 的 10 倍，取樣頻率 f_s 為 $1250000 m^{-1}$ 。由於在光束傳播過程中，式 (1) 中 p 值的特徵會隨傳播距離被扭曲、變得不明顯，且本研究以帶有 OAM 的拓譜電荷 l 為主要討論對象，因此本研究中的渦旋光束設計都使用 radial mode number $p = 0$ 。

以拓譜電荷 (topological charge) $l = 3$ 為例，由式 (1) 計算所得的 LG 模式渦旋在不同橫截面的光場分布，分別為距離束腰 $0, 20\lambda, 100\lambda$ ，求得 pupil function $P(u_x, u_y) = P(\lambda f_x, \lambda f_y)$ ，做圖得 Fig2。

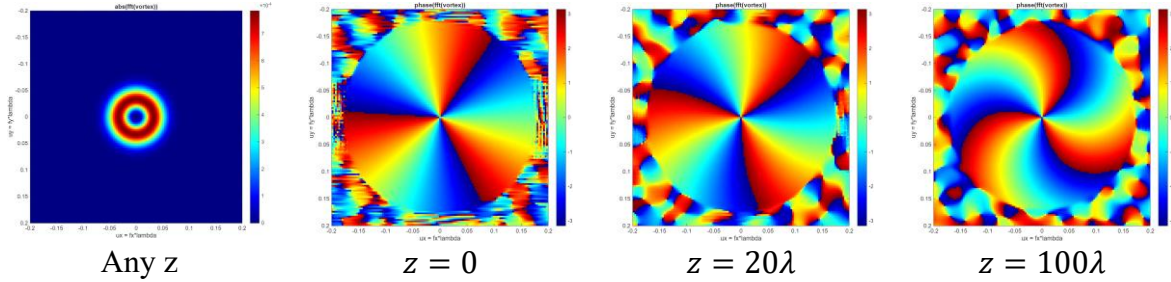


Fig. 2 $l = 3$ 的 LG 模式渦旋在不同橫截面的 pupil function 絕對值與相位

Fig 2 顯示計算所得的 pupil function，可看出在此參數設定下，pupil function 大約分布在 $|u_x|, |u_y| < 1.5$ 的範圍內（不為零），因此光場分布不會超過繞射極限。且主要不為零的 pupil function 分布在 $|u_x|, |u_y| < 0.5 \ll 1$ 的範圍內，符合最初「光學系統為薄透鏡」的假設。而 pupil function 的外圈會出現不規律的相位變化，這是因為 pupil function 在這些區域的絕對值為零，因此相位會受到雜訊干擾而出現不規則紋路，。但對 pupil function 本身沒有影響。

雖然 LG 模式渦旋光束的光場會隨著傳播距離改變，但 pupil function 僅有相位在線性增加，pupil function 的其餘特性完全不變。因此在 LG 模式渦旋光束任意位置所計算出的 pupil function 都可以完整記錄此渦旋光束的在任意位置的資訊，並重新建構出渦旋光束。

3.2 使用 OAM = 1，SAM = 1，geometrical charge = 1，驗證 LG 渦旋光束的性質

使用 3.1 求得的 pupil function，根據前述提及的自創數值模擬流程，在模擬軟體內根據 pupil function 建構出 LG 渦旋光束。設計光束 OAM = 1 (式(1)中 $l = 1$)，SAM = 1 (右旋偏振 Right-Hand Circularly Polarized, RCP)，PAS 的 geometrical charge = 1 (式(6)中 $g = 1$)。觀察金屬（銀）與真空的交界處的表面電漿 (SPP) 分布，SPP 是界面法線方向上發生的震盪，故對垂直於表面的 z 方向電場做圖：

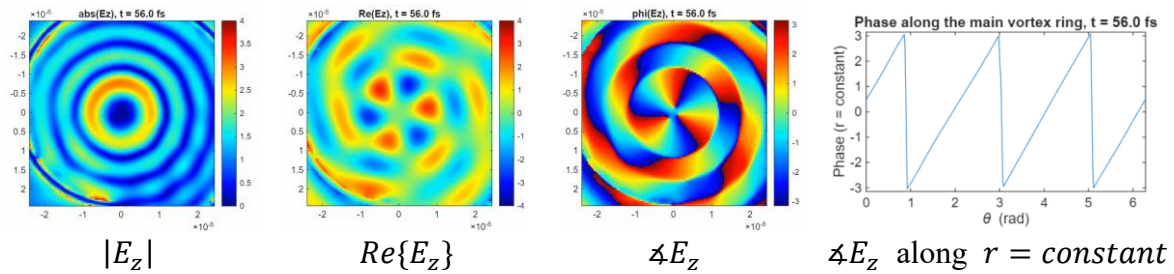


Fig. 3 OAM = 1，SAM = 1，geometrical charge = 1 時，表面電漿 (SPP) 的分布

Fig 3 左側三張分別為電場強度、電場的實部、電場相位分布。可以發現電場的強度為同心圓分布，中心強度為零。電場相位為放射狀分布，皆符合渦旋的特性。沿著電場強度最強的主圓環，對相位變化做圖得到最右側的圖。電場相位隨旋轉角度的變化為斜直線，符合 $\exp(il\phi)$ 的描述，且電場相位在繞光軸一圈 (2π) 時變化的倍數為 3，表示此 SPP 渦旋帶有的 OAM (即總拓撲電荷 L) 是入射光自身攜帶的角動量 (SAM 和 OAM) 與結構所貢獻的幾何角動量 (Geometrical Charge) 的線性疊加， $L = 1 + 1 + 1 = 3$ ，符合式(2)的預測。此結果驗證本研究設計的數值模擬流程生成的 LG 模式渦旋光束帶有的 OAM 能夠獨立於 SAM 被轉換成表面電漿渦旋的 OAM。

3.3 改變光源 OAM，驗證 PAS 螺旋結構可將光源 OAM 累加並轉換至 SPP OAM

設計 LG 渦旋光束 $SAM = 1$ (右旋偏振)，PAS 的幾何電荷 $= 1$ (式(6)中 $g = 1$)。改變入射光束的 OAM，計算 $L = l_{SAM} + l_{OAM} + l_{geometrical}$ 。對垂直於表面的 z 方向電場做圖，觀察金屬 (銀) 與真空的交界處的表面電漿分布 (由於摘要圖片數量限制而無法附圖)。

可以觀察到以下 6 個現象:

- i. 當 SOM 增加時，表面電漿渦旋整體強度隨之增加。這是因為當 SOM 增加時，同樣參數設定下的入射渦旋光束半徑隨之增加，並剛好與螺旋結構 $r(\phi) = r_0 + g\lambda_{SPP}\phi/2\pi$ 分布的半徑契合。因此 $SOM = \pm 3$ 時，螺旋結構恰好可以最佳的吸收並轉換入射渦旋光束的能量，而有最強的表面電漿渦旋整體強度。
- ii. 主圓環 (電場強度最強的圓環) 半徑隨著表面電漿渦旋的總拓譜電荷 $L = l_{SAM} + l_{OAM} + l_{geometrical}$ 增加，關係式為 $r_{main\ ring} = L\lambda_{SPP}/4$ 。
- iii. 若比較相同的入射渦旋光束半徑 (相同的 $|SOM|$)，主圓環電場強度隨著表面電漿渦旋的總拓譜電荷 $L = l_{SAM} + l_{OAM} + l_{geometrical}$ 增加。
- iv. 電場相位隨旋轉角度的變化為斜直線，符合 $\exp(il\phi)$ 的描述。
- v. 電場相位在繞光軸一圈 (2π) 時變化的倍數為 SPP 的總拓譜電荷 $L = l_{SAM} + l_{OAM} + l_{geometrical}$ ，且對於加法和減法同樣有效。驗證透過本研究自行開發的數值模擬流程生成的 LG 渦旋光束帶有的 OAM 能夠獨立於 SAM 被轉換成表面電漿渦旋的 OAM。

3.4 改變幾何電荷，驗證 PAS 螺旋能將不同角動量來源轉換至表面電漿渦旋 OAM

設計 LG 渦旋光束 $OAM = -2$ (式(1)中 $l = -2$)， $SAM = 1$ (右旋偏振)。改變 PAS 的幾何電荷 $= 1$ (式(6)中 $g = 1$)，計算 $L = l_{SAM} + l_{OAM} + l_{geometrical}$ 。對垂直於表面的 z 方向電場做圖，觀察金屬 (銀) 與真空的交界處的表面電漿分布 (由於摘要圖片數量限制而無法附圖)。

可以觀察到以下 5 個現象:

- i. 主圓環 (電場強度最強的圓環) 半徑隨著表面電漿渦旋的總拓譜電荷 $L = l_{SAM} + l_{OAM} + l_{geometrical}$ 增加，關係式同樣為 $r_{main\ ring} = L\lambda_{SPP}/4$ 。
- ii. 主圓環 (電場強度最強的圓環) 強度隨著表面電漿渦旋的總拓譜電荷 L 略為增加，此現象是因為光場聚焦，但不如光源 SOM 造成的影響大。
- iii. 比較 ($g = 3, L = 2$) 和 ($g = -1, L = -2$) 的表面電漿渦旋場， $g = 3$ 的情況下因為 PAS 螺旋延伸的半徑分布較大，每一段的螺旋受到的光源強度差異、以及表面電漿傳播至圓心的時間造成表面電漿渦旋場不對稱。
- iv. 電場相位隨旋轉角度的變化為斜直線，符合 $\exp(il\phi)$ 的描述。
- v. 電場相位在繞光軸一圈 (2π) 時變化的倍數為表面電漿渦旋的總拓譜電荷 $L = l_{SAM} + l_{OAM} + l_{geometrical}$ ，且對於加法和減法、 l_{OAM} 或 $l_{geometrical}$ 都同樣有效。驗證透過本研究自行開發的數值模擬流程生成的 LG 渦旋光束帶有的 OAM 能夠被帶有任意幾何電荷的螺旋結構轉換成表面電漿渦旋的 OAM。

渦旋光束半徑與 PAS 螺旋結構分布的半徑契合時，PAS 螺旋結構恰好可以最佳的吸收並轉換入射渦旋光束的能量，而有最強的表面電漿整體強度。因此未來可以透過調整式(1)中的 w_0 控制 LG 渦旋半徑，對於幾何電荷 g 較大的 PAS 螺旋結構，也可拆分為多條旋臂，以減少螺旋結構延伸的半徑範圍，使得渦旋光束半徑與 PAS 螺旋結構能夠更好的匹配半徑。

3.5 表面電漿渦旋場分布在空間頻域 (Spatial Frequency Domain) 上的分析

根據式(3)，對表面電漿渦旋場解析解 $\vec{E}_z(R, \phi) \propto \hat{z} J_q(k_{SPP} R) e^{iq\phi}$ 進行二維 Fast Fourier Transform 分析，對空間頻率 (spatial frequency) 進行歸一化 (Normalization) 後，對實部做圖得到 Fig 4:

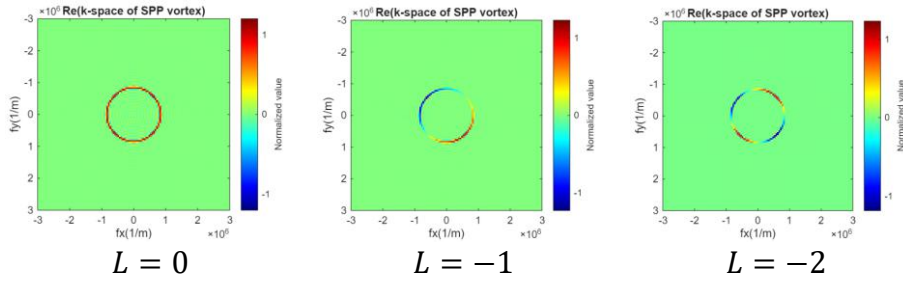


Fig. 4 表面電漿渦旋場解析解的空間頻率實部分析圖

挑選以下四組模擬數據，同樣利用二維 Fast Fourier Transform 對模擬結果的表面電漿渦旋場進行分析，對空間頻率 (spatial frequency) 的實部做圖得到 Fig 5:

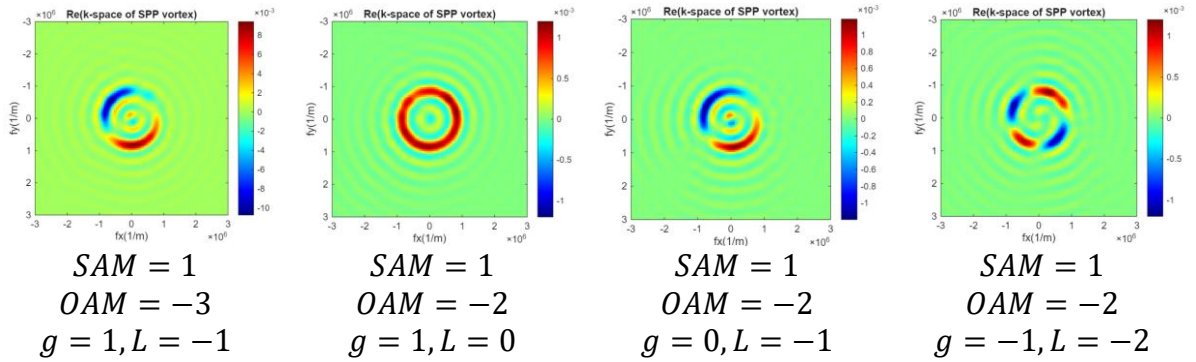


Fig. 5 四組不同表面電漿渦旋場的空間頻率實部分析圖

Fig 5 中，四組模擬數據皆使用右旋偏振的 LG 渦旋光束 ($SAM = 1$)，OAM 為 LG 渦旋光束的軌道角動量， g 為 PAS 螺旋的幾何電荷， L 為表面電漿渦旋帶有的總拓譜電荷。可以觀察到以下三個現象:

- i. 由於表面電漿具有單一的波向量 k_{SPP} ，因此無論表面電漿渦旋場的分布為何，以上四組模擬結果得到的空間頻率皆呈現清晰的環狀分佈，且動量環半徑符合
$$f_r = \frac{k_{SPP}}{2\pi} = \frac{1}{\lambda_0 \cdot 0.9925990961} \approx 8.4 \times 10^5 m^{-1}$$
，與 Fig 4 解析解預測的結果相符。
- ii. 無論表面電漿渦旋場所帶有的總拓譜電荷 $L = l_{SAM} + l_{OAM} + l_{geometrical}$ 來源為何，動量環的強度分佈皆呈現出清晰的 $2L$ 個瓣狀結構，與 Fig 4 解析解預測

的結果相符。

- iii. 無論表面電漿渦旋場所帶有的總拓譜電荷 $L = l_{SAM} + l_{OAM} + l_{geometrical}$ 來源為何，帶有相同 L 的 SPP 渦旋場在空間頻率上幾乎不可分辨，動量環皆呈現 $\frac{k_{SPP}}{2\pi}$ 半徑、以及清晰的瓣狀結構。

4. 研究結論

本研究旨在解決 FDTD 模擬中生成渦旋光束運算成本高昂且調整不易的難題，成功開發了一套結合 Matlab 與 Ansys Lumerical FDTD 的數值模擬流程。透過將 Laguerre-Gaussian (LG) 渦旋光束轉換為動量空間的 Pupil Function，本研究克服了在模擬軟體中建立複雜實體光學元件的高運算成本、高記憶體需求及參數調整不易等瓶頸。此方法成功在模擬環境中建構出高純度、且拓撲電荷 (Topological Charge)、波長與束腰寬 (beam waist) 皆可調控的 LG 渦旋光光源，並確認其符合光學繞射極限。

利用此流程生成的渦旋光束，本研究針對等離子體阿基米德螺旋 (Plasmonic Archimedes Spiral, PAS) 結構進行了系統性的模擬驗證。證實此螺旋結構能成功將入射光的自旋角動量 (SAM)、軌道角動量 (OAM) 以及結構自身的幾何電荷 (Geometrical Charge) 轉換並耦合至表面電漿激元 (SPP)。產生的表面電漿渦旋之總拓撲電荷 L 嚴格遵守角動量守恆定律，即 $L = l_{SAM} + l_{OAM} + l_{geometrical}$ ，且此關係在改變各項參數（包含負值的電荷）時皆成立。研究亦發現當入射渦旋光束的半徑與 PAS 螺旋結構的分布半徑互相匹配時，有最佳的能量耦合效率，產生最強的表面電漿渦旋強度。

最後，本研究創新地利用二維 Fast Fourier Transform 對模擬結果進行空間頻域 (Spatial Frequency Domain) 分析。分析結果在空間頻域呈現出半徑符合 k_{SPP} 的清晰動量環，呈現總拓撲電荷 L 的 $2L$ 瓣狀強度分佈。此結果從動量角度證明了本研究透過 Pupil Function 方法所生成的表面電漿渦旋具有極高的模態純度。

總結來說，本研究提出之數值模擬方法不僅大幅提升了模擬效率與精確度，更成功驗證了光子軌道角動量在奈米尺度下的轉換與操控特性。未來可進一步設計 LG 渦旋光束的光場分布範圍，以配合 PAS 螺旋的幾何設計範圍；討論 radial mode number p 的改變，提供更多的自由操控變數；亦可將此模擬方法套用在不同複雜光場，為未來積體光學、光通訊等領域的研究，提供了一套高效且可靠的數值模擬分析工具。

5. 參考文獻

- [1] A. A. Wang, Y. Ma, Y. Zhang, Z. Zhao, Y. Cai, X. Qiu, B. Dong, and C. He, "Perturbation-resilient integer arithmetic using optical skyrmions," *Nature Photonics*, vol. 19, pp. 1–9, 2025.

- [2] Y. J. Shen, X. J. Wang, Z. W. Xie, C. J. Min, X. Fu, Q. Liu, M. Gong, and X. Yuan, “Optical vortices 30 years on: OAM manipulation from topological charge to multiple singularities,” *Light: Science & Applications*, vol. 8, Article no. 90, 2019.
- [3] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, “Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes,” *Physical Review A*, vol. 45, no. 11, pp. 8185–8189, 1992.
- [4] R. S. Anwar, H. Ning, and L. Mao, “Recent advancements in surface plasmon polaritons-plasmonics in subwavelength structures in microwave and terahertz regimes,” *Digital Communications and Networks*, vol. 4, no. 4, pp. 244–257, 2018.
- [5] G. B. Qiu and D. P. Cai, “金屬表面電漿簡介,” *物理雙月刊*, vol. 28, no. 2, pp. 472–485, 2006.
- [6] C.-D. Ku, W.-L. Huang, J.-S. Huang, and C.-B. Huang, “Deterministic Synthesis of Optical Vortices in Tailored Plasmonic Archimedes Spiral,” *IEEE Photonics Journal*, vol. 5, no. 3, pp. 4800409, 2013.

6. 心得感想

過去修課總是習慣問題總是有答案、不懂就有人解惑，但開始做研究後，才發現問題不是都有答案，也不是永遠都有人會回答你的問題。一開始接觸一個新領域、新工具時，遇到了很多疑問和瓶頸，卻又抓不準能問學長姊多少問題。再加上和學長姐的語言隔閡（英文），很多東西都似懂非懂。一開始的幾個月花了大量的時間在讀論文、了解結構光、渦旋（Vortex）、表面電漿（Surface Plasmonics）等相關領域的「基礎」知識，以及自學 Matlab 和 Ansys limerick FDTD 的使用、自己不停地碰壁試錯。

一開始的挫折很多，曾經每週 meeting 要到的時候都在擔心生不出進度，也曾經做到很想放棄過，但謝謝黃承彬教授告訴我什麼是研究該有的態度：研究是自己的、答案也要自己找，不能急只能穩扎穩打。

了解這個領域到一個程度後，我開始能夠根據我的領域知識去推論其他現象；和學長姊熟悉後，學會適當的和學長姊請教；開始聽得懂博士生在研究的內容時，我發現這份專題好像開始變得有趣了！也發現自己也越做越順、meeting 進度多到大家想趕快吃午餐卻要等我講完。在全英文的 meeting 浸潤下，我的英文口說也變得流暢、從一開始只聽得懂學長姊半句話，到現在能夠和兩位外籍生博士閒話家常。

到最後，專題結束前的一個月，在閱讀一篇將 OAM 光束應用在光通訊 demultiplexer 的論文後，這整個領域突然變的很有趣、吸引人。我原本打算以不同的電磁波波段重現這份論文，但可惜的是，我沒能在專題報告繳件前完成這一部分的研究，因而只能忍痛刪去，只保留之前做的內容。

整體來說，這一年下來我收穫良多。不僅僅是學到這個領域的知識、了解前沿研究的機會，我也學到入門一個陌生領域的方法、做研究的態度、語言能力的提升。雖

然一開始很痛苦，但還是感謝自己有把這份研究做完。也謝謝黃承彬教授這一年來的耐心指導和肯定、也謝謝 Anand 和 Komal 兩位學長姊對我的引導和為我解惑。