

# A research on Synthesis/Decomposition for Quantum circuit

## 研究量子電路之合成/分解

組別: B262 指導教授: 林瀚仝教授 組員姓名: 邱崇喆

### 摘要與背景

量子計算可能會對未來科技產生重大影響，但如今通用量子電腦的實現卻有許多困難，其中一個難題是如何將量子閘分解/合成，這個問題類似於傳統電腦的logic synthesis。

隨著技術不斷突破可用的qubit數量不斷上升，quantum circuit將更加龐大與複雜，由quantum synthesis產出可行長度的電路也日益重要，從這個角度觀察，quantum synthesis或許也是評估當前通用量子計算機是否可行的方式。除了合成導致的circuit depth外，qubits在物理上的連接性的限制，也將造成circuit depth增加。

### 研究動機與研究目的

傳統電路與量子電路的運算方法之差異導致兩者的合成演算法截然不同，此專題之動機即為對於量子電路與傳統電路合成之差異，以及量子計算機是否能以合理的circuit depth執行演算法之好奇，因此在專題中我將探討量子電路合成的發展及探索其遇到的難題。

### 研究內容

Quantum synthesis分為exact以及approximate synthesis，兩者的差異在於量子閘是否由量子閘指令集以完美精度合成，然而exact synthesis不一定能被有效達成，因為在給定的量子閘指令集下可能需要非常長的circuit depth才能達到完美精度。fig.1為一個簡單的exact synthesis的例子。幸運的是，著名的Solovay Kitaev theorem告訴我們可以有效率地approximate任一量子閘到任意精度而不耗費過多成本。然而雖然我們可以透過設定不完美的精度來漸少circuit depth，approximate synthesis不完美的精度卻也造成了計算上的不準確，因為本質上合成出的與原來的gate不同，這對於擁有在物理上本來就不精確的量子閘之量子電腦來說是個取捨。

$$U = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Synthesis algorithm}} XYZ$$

fig.1 a simple example of exact synthesis

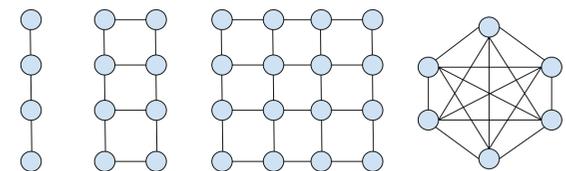


fig.2 connectivity graph

對於multiqubit gate如CNOT來說，qubits在connectivity graph上未必相連。若架構非all-to-all connectivity，multiqubit gates可能招致額外的SWAP gates，其抽象電路中的qubits如何mapping到實際物理架構上的絕對位置是決定插入SWAP gate多寡的重要因素，若選擇不佳的layout(mapping)，SWAP gate的插入可能嚴重影響到circuit depth。

Quantum synthesis方法大致分為:由線性代數方法分解矩陣、選定一量子閘指令集並分析其代數性質以合成矩陣、考慮到qubit connectivity的合成。我將介紹幾個被提出的典型範例，及實作一電路探討connectivity的影響。

### 結論

許多被提出的演算法並不實際，如 [1] 在於合成結果與演算法效率都不實際。synthesis結果通常不具規律性且難以看出其instruction set的結構的關係，然而 [2,3] 中normal form其正規表示式與instruction set之結構相關且出規律性，是個有趣的結果且較實際。除了上述normal form之外，還有許多對於{Clifford,T}架構的研究與應用，顯示此集合的重要性。另外，許多合成演算法假設all-to-all connectivity，這導致我們往往會因為mapping而附加許多SWAP閘。為了解決這個問題，開始有研究人員提出topology aware synthesis [4]，這也代表了SWAP insertion不容忽視，或許在synthesis階段就考慮connectivity是未來發展的方向。

總的來說，Quantum synthesis面臨的難題除了circuit depth太長、演算法效率差之外，還得考慮連結性，種種還需要數學家、物理學家及計算機專家的合作解決。

### 參考文獻

- [1] B. Giles and P. Selinger. Exact synthesis of multiqubit Clifford+T circuits. Physical Review A, 87:032332, 2013. Also available from arXiv:1212.0506.
- [2] Ken Matsumoto and Kazuyuki Amano. Representation of quantum circuits with Clifford and pi/8 gates. ArXiv Preprint ArXiv:0806.3834, 2008.
- [3] Brett Giles and Peter Selinger. Remarks on Matsumoto and Amano's normal form for single-qubit Clifford+ T operators. ArXiv Preprint ArXiv:1312.6584, 2013.
- [4] M. G. Davis, E. Smith, A. Tudor, K. Sen, I. Siddiqi, and C. Iancu. Towards optimal topology aware quantum circuit synthesis. In 2020 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering (QCE), pages 223–234, 2020.