錯誤更正碼編解碼器實作及其應用

Low-Density Parity-Check Codes and Applications

組別：A113　組員：龔柏丞　指導教授：趙啟超

前言

低密度奇偶校驗碼(LDPC code)是現代常用的錯誤更正碼，目的為更正訊息在傳輸時因雜訊而產生的錯誤。

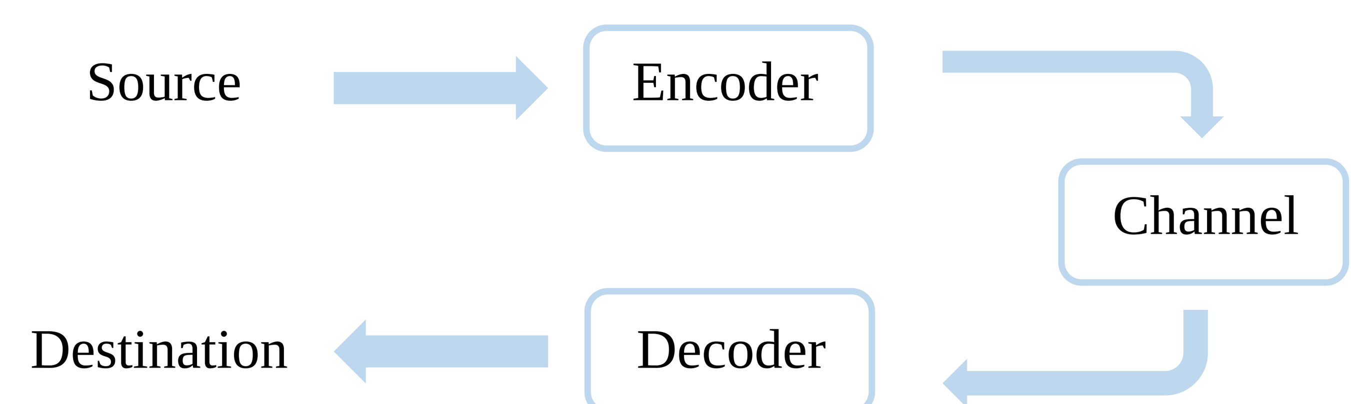
本次專題的目的正是要藉由LDPC編/解碼器的實作，了解sum-product algorithm在解碼時的作用，以及探討不同特性的parity-check matrix對於錯誤的更正能力。

我也將實作成果應用在快閃記憶體當中的NAND flash，由此探討錯誤更正碼對於記憶體儲存的更正能力，並利用不均等錯誤保護碼(UEP code)使得不同位元之間具有不相等的更正能力，藉此對較容易出錯的訊息做較強的保護。

系統設計

模擬流程：

以C語言產生加性高斯白雜訊(AWGN)模擬通道雜訊，藉由設定不同的訊雜比(SNR)來調整雜訊標準差的大小，可以得出在各個SNR之下的位元誤碼率(BER)以及誤塊率(BLER)。



Encoder：產生生成矩陣G、進行矩陣乘法$x = uG$
Channel：添加AWGN通道雜訊
Decoder：執行SPA找出滿足條件的codeword

Sum-product algorithm：

- 定義Log likelihood ratio (LLR)及兩種運算：
  $L(p_0, p_1) = \ln p_0/p_1$，$p_0 = P(x{=}0 \mid y)$，$p_1 = P(x{=}1 \mid y)$
  $VAR(L_1, L_2) = L_1 + L_2$
  $CHK(L_1, L_2) = \mathrm{sgn}(L_1)\mathrm{sgn}(L_2)\min(|L_1|, |L_2|) + \Delta(L_1, L_2)$
- 定義$\mathcal{L}(i) = \{j : H_{i,j} = 1\}$
  $\mathcal{M}(j) = \{i : H_{i,j} = 1\}$
  $q_{i,j}$ = 由i以外的check nodes計算獲得之LLR
  $u_{i,j}$ = 由j以外的variable nodes計算獲得之LLR
- 初始化：對於所有 $H_{i,j} = 1$的(i, j)，設定$q_{i,j} = L_j$，
  其中$L_j = \ln\frac{P(y_j|x_j=0)}{P(y_j|x_j=1)} = \left(\frac{4E_s}{N_0}\right) y_j$
- 步驟一：Bottom-up，對於所有 $H_{i,j} = 1$的(i, j)，
  $u_{i,j} = CHK_{j' \epsilon \mathcal{L}(i) \setminus j}\,(q_{i,j'})$
- 步驟二：Top-down，對於所有 $H_{i,j} = 1$的(i, j)，
  $q_{i,j} = VAR(VAR_{i' \epsilon \mathcal{M}(j) \setminus i}(u_{i',j}), L_j) = L_j + \sum_{i' \epsilon M(j) \setminus i} u_{i',j}$
- 步驟三：對於所有j = 1, 2, …, n，
  $q_j = VAR(VAR_{i \epsilon \mathcal{M}(j)}(u_{i,j}), L_j) = L_j + \sum_{i \epsilon M(j)} u_{i,j}$
- 步驟四：對於所有j = 1, 2, …, n，$x_j = \begin{cases} 0\ ,\ q_j \geq 0 \\ 1\ ,\ q_j < 0 \end{cases}$
- 步驟五：若步驟四得出的x滿足$Hx^T = 0$，則該x為找到的codeword；若不滿足則回到步驟一重新計算。

原理分析

線性區段碼(Linear block code)

奇偶校驗矩陣(Parity-check matrix)H為線性區段碼中用於描述特定線性關係的矩陣，當編碼訊息x滿足矩陣乘法$Hx^T = 0$時即為一個codeword。接著利用高斯消去法將H對應到一個生成矩陣(generator matrix)G，將其作為把原始訊息轉換成編碼訊息的媒介；若u代表原始訊息，則編碼訊息x的產生方式即為矩陣乘法$x = uG$，此時x會是一個與u一一對應的codeword。

低密度奇偶校驗碼(LDPC code)

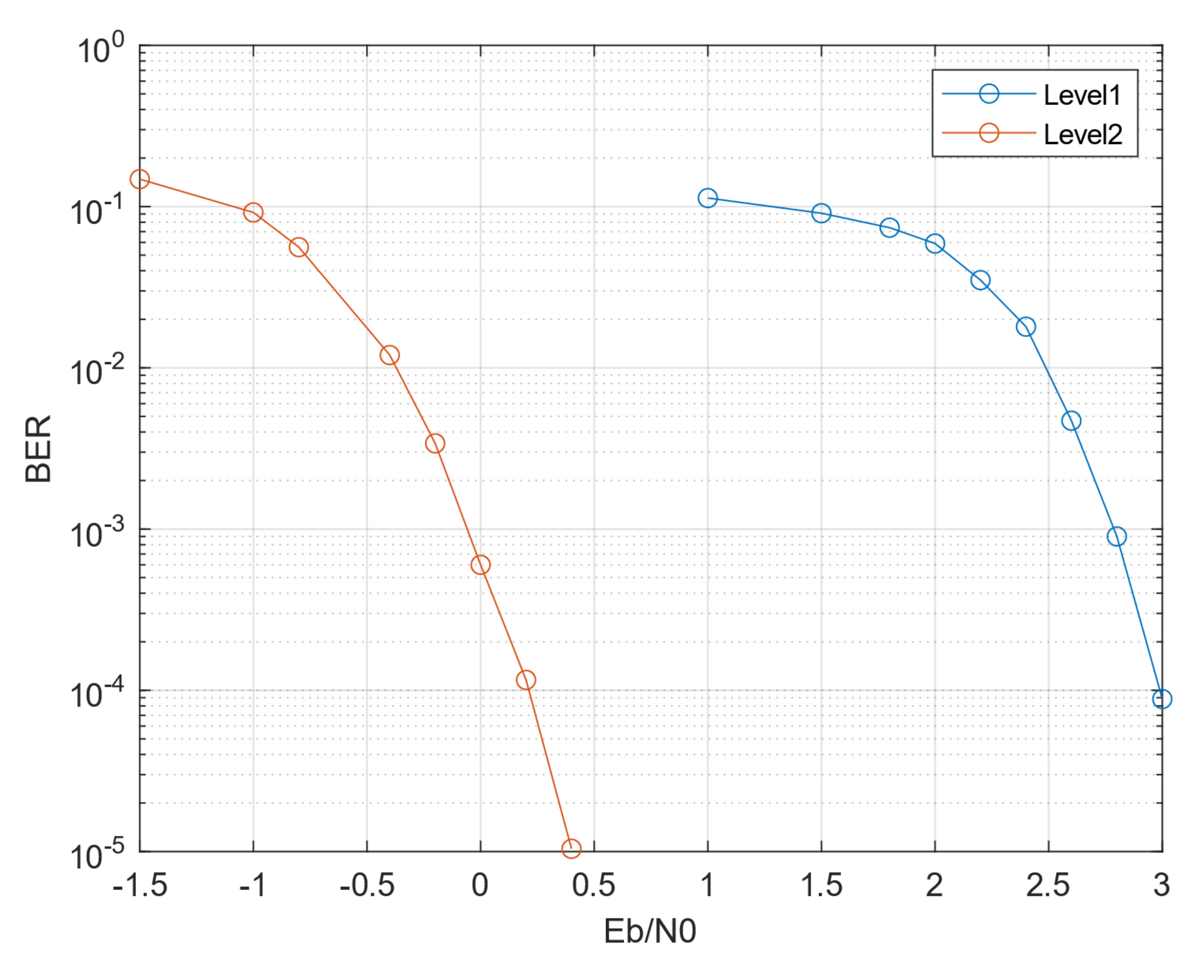
LDPC code是線性區段碼的其中一種，其parity-check matrix每一行(resp. 列)有1的地方之數目必須相同，且這個數目必須遠小於矩陣的總行數(resp. 總列數)，並且可使用二分圖(bipartite graph)的方式表示。

不均等錯誤保護碼(UEP code)

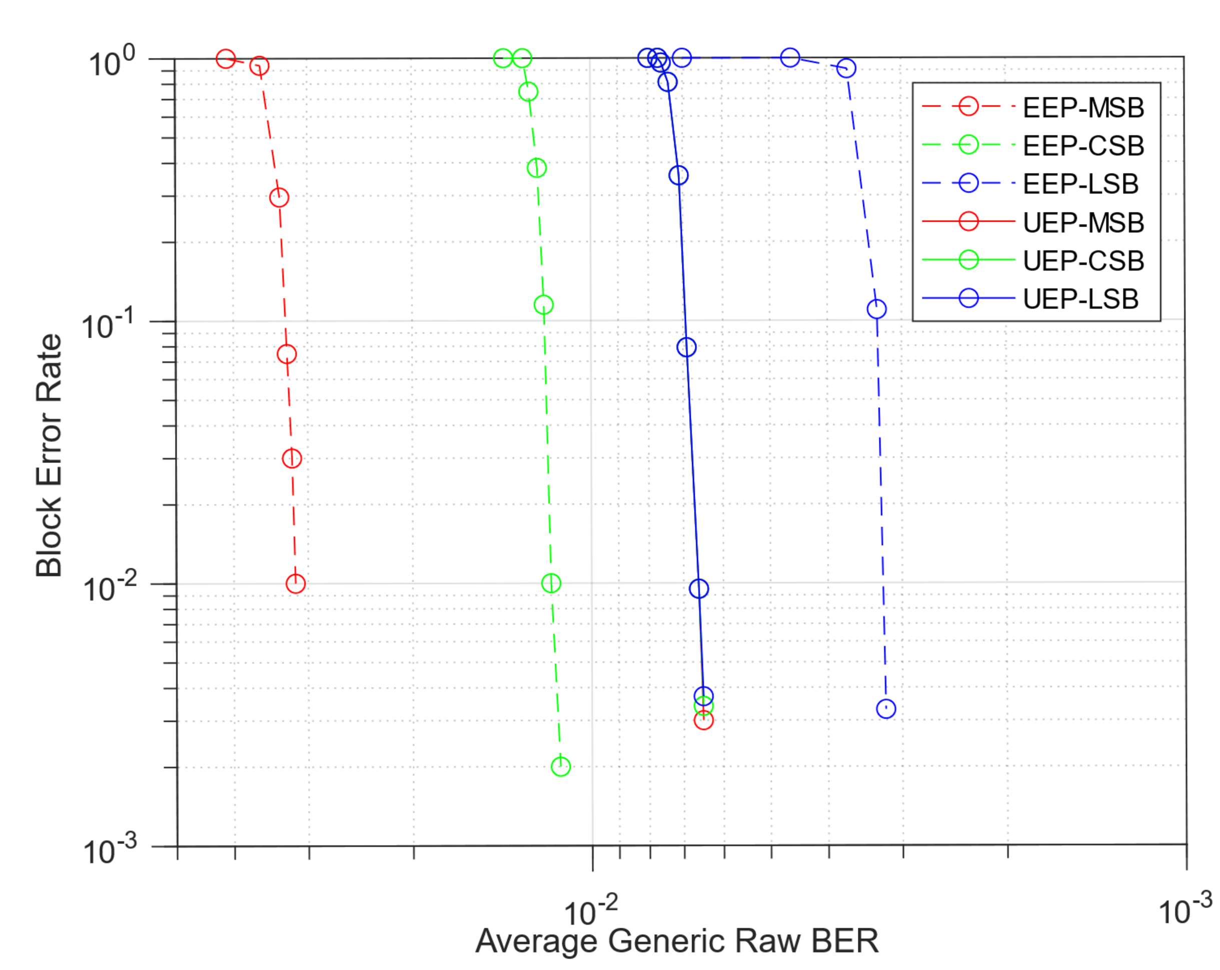
UEP code藉由將parity-check matrix設計特殊的架構，讓code可以分成數個保護程度不相同的stage，因此便可以把錯誤率較高的訊息放入保護能力較佳的stage以實現資源的有效分配，例如NAND flash cells中的LSB page。

實驗結果

UEP應用於bits之間錯誤率均等的codewords



EEP與UEP應用於NAND flash



結論

- 將UEP code應用在每個bits錯誤率均等的codeword，確實能給每個stage賦予不同程度的保護效果。
- 使用EEP code對NAND flash進行模擬，三個page在BLER上的具有顯著差異，其中又以LSB page的BLER最高、MSB page最低。
- 將UEP code套用在NAND flash上，能使三個page的BLER接近相同、且比原先使用EEP code時的LSB page錯誤率更低，藉此降低錯誤率、並提高保護的效率。