

國立清華大學 電機工程學系

實作專題研究成果摘要

Low-Loss and Low-Order Mode Laser  
Resonator

低損耗與低階模態雷射共振腔

專題領域： 光電領域

組 別： B473

指導教授： 黃衍介

組員姓名： 李子宜、陳亭儒

研究期間： 113年 1月 19日至 113年 11月 20日止，共10  
個月

## 1. 背景及動機 (Background/Motivation)

雷射技術應用已涵蓋了多個高精密領域，例如光纖通訊、醫療診斷、光學測量、精密切割與加工等。其中，高品質的雷射光束是實現上述應用的基礎，這對於雷射的模態分布、能量穩定性和效率提出了更高的要求。

低階模態雷射光束，尤其是基礎模態，具有高光束質量、窄光束直徑和良好的光強度分布特性，能有效提升加工精度和傳輸穩定性。

然而，雷射共振腔中自然形成的光束通常包含多種模態，其中高階模態會導致光束品質下降，形成非均勻光強分布，從而限制了雷射的應用範圍。

因此，如何濾掉高階模態、提升基礎模態的比例成為當前雷射技術研究的重要課題之一。

本研究的背景與動機源於上述挑戰，希望通過設計特殊的雷射共振腔結構，優化輸出耦合鏡的設計，提升基礎模態的比例，並降低損耗。同時，通過探索多孔輸出耦合鏡的創新結構，實現低階模態與低損耗的平衡，為未來高精密應用提供技術支持。

## 2. 研究目的 (Purpose)

本研究的目的是設計一種低損耗、低階模態為主的雷射共振腔，解決傳統結構中高階模態干擾與能量損耗的問題。具體目標包括：

2-1. 基礎模態優化：提升低階模態的比例，確保光束質量符合高精密應用的需求。

2-2. 高階模態過濾：探索使用針孔輸出耦合鏡進行模態濾波的可行性，減少高階模態對光束的影響。

2-3. 多孔輸出耦合鏡設計：優化輸出耦合鏡，提升能量輸出效率，在模態分布與能量耗損間取得平衡。

2-4. 模擬與驗證：利用 MATLAB 進行模態分解分析，輔助設計和驗證共振腔的模態行為與光束特性。

## 3. 研究方法 (Method)

### 3-1. 實驗裝置與設計

本研究設計了一套完整的雷射共振腔結構，包括：

3-1.1. 808 nm LED 光源：作為泵浦光源，透過側面泵浦增益介質 (Nd)。該光源能被  $\text{Nd}^{3+}$  離子吸收，激發基態至受激態，為雷射過程提供能量。

3-1.2. 增益介質：使用 Nd 作為增益介質，其 1064 nm 的輸出波長是實現紅外光雷射的關鍵。

3-1.3. 共振腔設計：

- 高反射平面鏡 (HR mirror)：反射率 99.8%，用於增強基礎模態光束的共振。
- 部分反射平面鏡 (PR mirror)：反射率 85%，用於耦合光束輸出，同時抑制高階模態。
- 針孔鏡 (pinhole mirror)：在腔內濾除高階模態，透過調整針孔直徑與位置提升模態濾波效果。

光束經過多次反射後形成穩定的基礎模態，通過耦合鏡輸出。

## 3-2. 模態分析與數學理論

### 3-2.1 高斯模態

雷射光束的模態特性以 Hermite-Gaussian 模態表示，在波導共振腔中， $TE_{n1}$  模式的光場通常可以表示為

$$E_{n1} = \sin\left(\frac{\pi}{g}y\right) * \sum_n a_n u_n, \quad (1.1)$$

其中， $u_n$  是正規化的，在 x 方向的第 n 階 Hermite-Gaussian 模態，因此分析模態可以使用傅立葉分析，將混合模態光場使用傅立葉轉換，拆解出不同模態的組成。

$$u_n = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{\frac{\exp\left(-j(2n+1)\tan^{-1}\left(\frac{z}{z_r}\right)\right)}{2^n n! w(z)}} H_n\left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)}\right) \exp\left[-j\frac{k_z x^2}{2R(z)} - \frac{x^2}{w^2(z)} - jk_z z\right], \quad (1.2)$$

$z$ ：從光束腰部測量的距離。

$H_n$ ：n 階的 Hermite 多項式。

$w(z)$ ：在  $z$  處的光束直徑。

$z_r$ ：Rayleigh 長度，表示光束在傳播過程中從最小光束直徑擴展到兩倍的距離。

$R(z)$ ：在  $z$  處的曲率半徑，表示光束的彎曲情況。

$k_z$ ：波數，定義為  $2\pi/\lambda$ 。

基礎模態  $TE_{01}$  對應最小的光斑半徑與高斯分布，是光束品質最佳的模態。本研究利用傅立葉變換對光束場進行模態分解，量化基礎模態與高階模態的比例，並通過 MATLAB 進行模擬與數據分析。

### 3-2.2 疊加原理

線性疊加是指將多個訊號或模態以線性的方式相加，生成一個總合訊號或場。在物理學和工程學中，線性疊加原理表示，如果系統是線性的，則系統的輸出可以表示為多個輸入響應的和。

在 Hermite-Gaussian 模式中，光束場分佈可以視為多個不同階數的 Hermite-Gaussian 模式的線性疊加。每個模態都有一個對應的係數，該係數表示該模式在總場分佈中的權重。這些模態按照其權重疊加，最終形成總的光束場分佈。

數學上可以表示為：

$$I(x, y, z) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N c_{mn} (u_{mn}(x, y, z) \times u_{mn}^*(x, y, z)) \quad (1.4)$$

這裡  $c_{mn}$  是 Hermite-Gaussian 模式  $u_{mn}$  的係數，代表該模態在總分佈場中的權重。

### 3-2.3 夫朗和費衍射理論 (Fraunhofer Diffraction Theory)

Fresnel Number (F) 弗涅爾數其公式為： $F = \frac{D^2}{z\lambda}$ ，(1.5)

- $D$ ：孔徑直徑。
- $z$ ：孔徑到觀察屏幕的距離。
- $\lambda$ ：入射光的波長。

當  $F > 1$  時，對應的是菲涅耳衍射 (Fresnel Diffraction)；當  $F \ll 1$  時，則表示夫朗和費衍射 (Fraunhofer Diffraction)。

在遠場條件下，通過不同的孔徑進行的平面波衍射後的場分佈，為平面波的夫朗和費衍射。

夫朗和費衍射的場分布公式：

$$U(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{i\frac{k}{z}(x^2+y^2)} \iint T(x', y') \cdot U(x', y') \cdot e^{-i\frac{2\pi}{\lambda z}(x'x+y'y)} dx' dy' \quad (1.6)$$

- $U(x,y)$ ：輸入場分布。
- $T(x',y')$ ：孔徑函數。
- $k$ ：波數，定義為  $2\pi/\lambda$ 。

### 3-3 多孔輸出耦合鏡設計

在實驗中，單孔針孔鏡有效提升基礎模態比例，但損耗較大。為此，本研究設計了多孔輸出耦合鏡，基於以下原則：

- 多孔結構設計：優化孔徑大小與排列方式，實現模態分布的控制。
- 波束整形：利用多孔結構的干涉與繞射效應，將輸出光束接近高斯分布。
- 數學模擬：使用夫朗和費衍射理論計算多孔鏡的光束強度分布，並分析其對能量與模態的影響。

## 4. 研究結果 (Results)

### 4-1 模態濾波效果

對於不同孔徑的輸出耦合鏡在不同位置(共振腔內部與外部)進行量測。

#### 4-1.1 單孔針孔鏡濾波結果：

- 0.5 毫米針孔鏡在腔外位置濾除高階模態的效果最佳，基礎模態比例最高
- 將針孔鏡移至腔外，大部分的情況下，輸出能量都比針孔鏡在腔內的輸出能量高

以下為 0.5 毫米針孔鏡在腔外位置的量測結果圖：

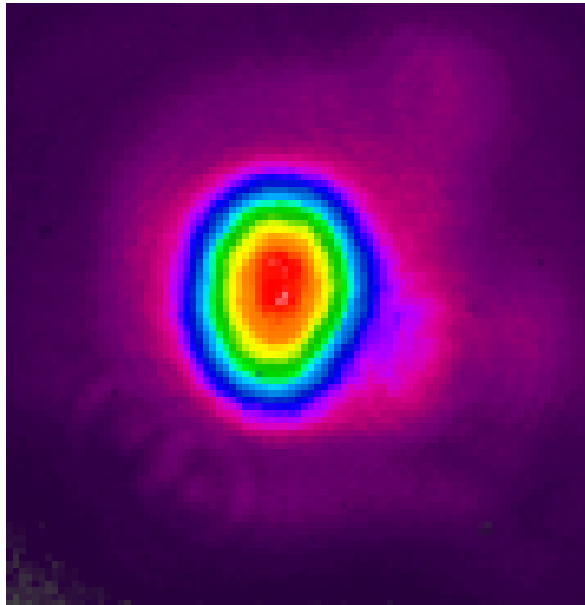


Fig.1 光束輪廓量測結果

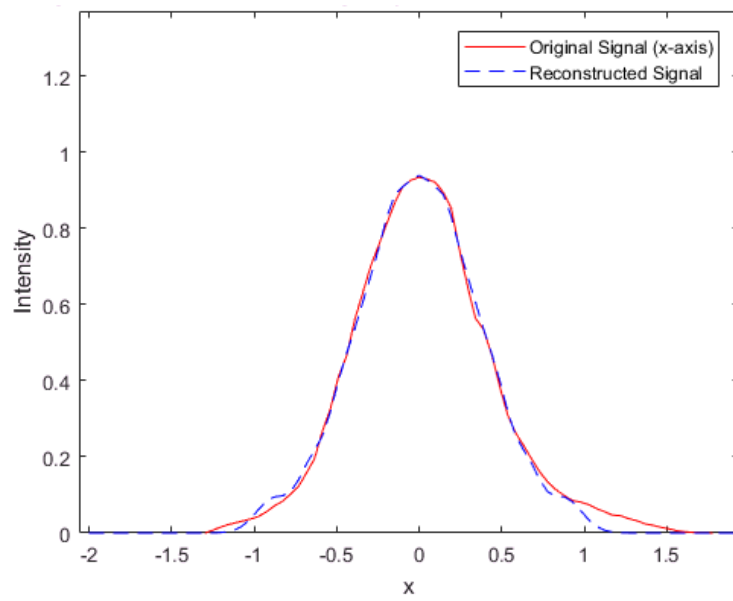


Fig.2 X 軸方向的光強分布圖

(原始訊號 v.s 重建訊號)

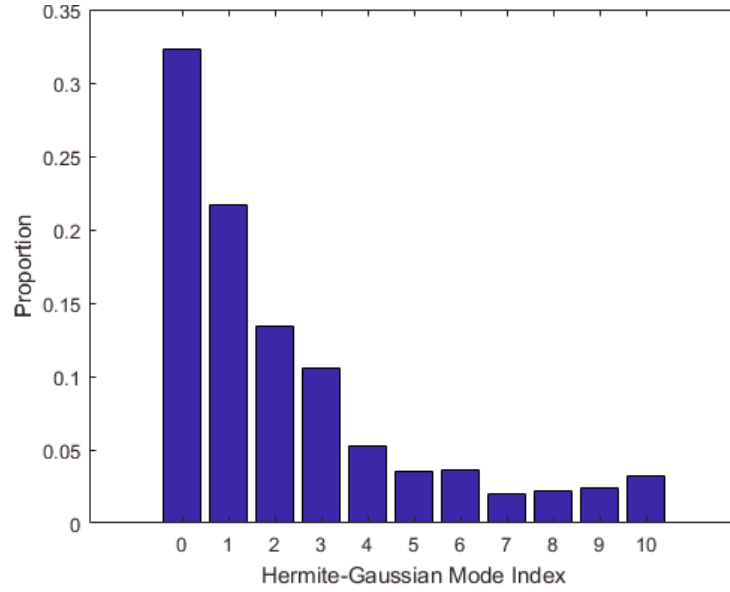


Fig. 3 Hermite-Gaussian

前 10 模態強度分佈圖

4-2 多孔輸出耦合鏡模擬：

在模擬中，干涉效應使輸出光束強度增加近 6 倍，並形成接近理想高斯分布的光束

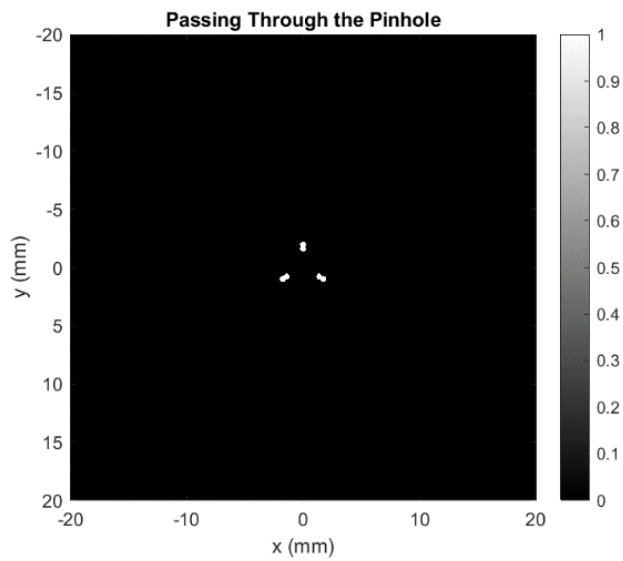


Fig. 4 多孔排列輸出耦合鏡設計圖

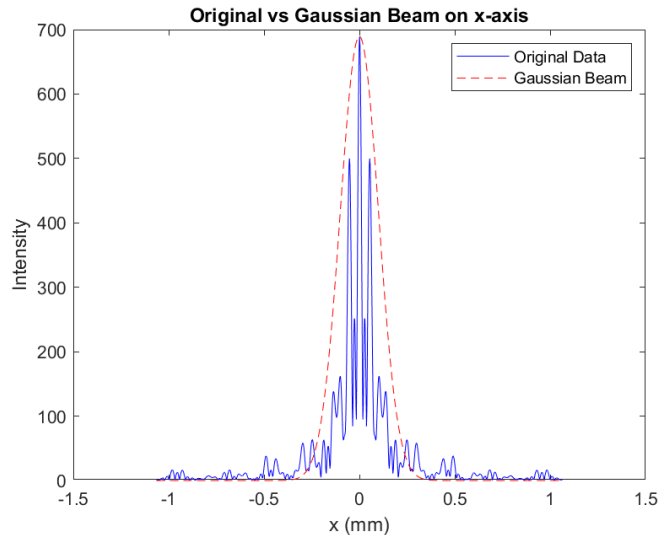


Fig. 5 X 軸方向的光強分布與高斯光束圖

輸出光強數據顯示，腔內針孔鏡設計的損耗較高，但基礎模態比例顯著提升。多孔鏡比起單孔鏡更能減少了能量損失，且中心能量更加集中。

## 5. 總結 (Conclusion)

本研究通過設計低損耗與低階模態雷射共振腔，實現了基礎模態的高效濾波與輸出。單孔針孔鏡能有效濾除高階模態，但存在損耗問題。多孔鏡設計兼顧模態優化與能量效率，是提升雷射輸出的潛在方向。未來工作將進一步優化多孔鏡的排列結構，並結合實驗測試以實現更高效的模態濾波效果。

### 心得感想：

在這次專題研究中，不僅學習了雷射光學的相關理論，也體會到研究過程中解決問題的挑戰與樂趣。

首先，在設計與實驗過程中，我們遇到了理論與實際之間的差異。例如，在模擬設計針孔輸出耦合鏡時，理論上模態濾波應能高效提升基礎模態比例，但在實驗中卻發現對光準確度、光路長度、設備穩定性等都对結果產生了較大影響。這提醒我，實驗中的每一個環節都需要謹慎控制，並學會隨時根據情況調整方案。

其次，MATLAB 的學習與應用是這次研究中的一大收穫。模態分解和模擬需要大量的數據分析與視覺化，雖然一開始對程式語言並不熟悉，但在指導學長的建

議和大量練習下，我們逐漸掌握了相關工具。現在，我們能夠透過 MATLAB 分析光束模態，並用模擬結果指導實驗設計，這讓我們深刻認識到理論分析在實驗設計中的重要性。