

非均等錯誤保護低密度偶校碼編解碼實現

Unequal Error Protection Low-Density Parity-Check Codes

組別:A190

組員:黃予璿

指導教授:趙啟超

前言

當訊息經過通道(Channel)後，會有雜訊(noise)加入而產生訊息上的錯誤，透過錯誤更正碼能夠更正其錯誤。而低密度奇偶校驗碼(LDPC code)是錯誤更正碼的一種。

本次專題主要了解低密度奇偶校驗碼的編碼器(encoder)和解碼器(decoder)的實作，並且了解解碼時所使用的iterative message-passing decoding algorithm如何使用，用C語言進行模擬。

在專題中，也模擬均等錯誤保護碼(Equal error protection code, EEP code)的情況，和模擬不均等錯誤保護碼(Unequal error protection code, UEP code)對於不同level具有不相同的更正能力，且實作是模擬通過二元相移鍵控(BPSK)通道上。

原理分析

線性區段碼(Linear block code)

用線性代數的方式，定義code C為奇偶校驗矩陣(parity-check matrix, H)的零空間(nullspace)，此時有一個矩陣能夠形成所有code C，而稱之為生成矩陣(generator matrix, G)，此code C為生成矩陣的列空間(row space)。藉由把H經過高斯消去法和column之間的調換最後形成G。此時有一段原始信息u，經過編碼過程(encoding process) $x = uG$ ，形成一段codeword後，經過通道並加上雜訊，產生 $y = x + n$ ，於解碼過程(decoding process)，與H相乘，找尋y'距離y最近一組的codeword。

低密度奇偶校驗碼(Low-Density Parity-Check Codes, 以下簡稱LDPC code)

LDPC code是一種線性區段碼(linear block code)，而其H有以下四個特點：第一點是任一行(column)包含dv個1；第二點是任一列(row)包含dc個1；第三點是對於有n個column和rc個row的parity-check matrix H，dc和dv的個數比rc和n長度小很多；第四點是任何兩個column不會有任何2個1出現在同樣的位置上，也同樣地任何兩個row不會有兩個1同樣的位置上，並且可以使用bipartite graph來表示。

使用Sum-product algorithm:

定義log likelihood ratio (LLR)和兩種運算:

$$L(p_0, p_1) = \ln \frac{p_0}{p_1}$$

$$\text{VAR}(L_1, L_2) = \ln \lambda_1 \lambda_2 = L_1 + L_2$$

$$\text{CHK}(L_1, L_2) = \text{sgn}(L_1) \text{sgn}(L_2) \min(|L_1|, |L_2|) + \Delta(L_1, L_2)$$

並定義:

$$L(i) = \{j: H_{i,j} = 1\}; M(j) = \{i: H_{i,j} = 1\}$$

$q_{i,j}$ ，是在codeword中第j個bit的LLR，除了check-node i之外，其他check-node 告訴variable-node j應該給check-node i是1還是0的資訊。

$u_{i,j}$ ，是在codeword中第j個bit的LLR，除了variable-node j之外，其他variable-node 告訴check-node i應該給variable-node j是1還是0的資訊。

Initialization:

對於每一個(i,j)有 $H_{i,j} = 1$ ，設定 $q_{i,j} = L_j$ ，此時 $L_j = 4 * \frac{E_s}{N_0} * y_j$ 。

Message passing:

1.Bottom-up: 對於每一個(i,j)，當此時 $H_{i,j} = 1$ 成立時，計算 $u_{i,j}$ 的公式如下: $u_{i,j} = \text{CHK}_{j' \in L(i) \setminus j}(q_{i,j'})$

2.Top-down: 對於每一個(i,j)，當此時 $H_{i,j} = 1$ 成立時，計算 $q_{i,j}$ 的公式如下: $q_{i,j} = \text{VAR}_{i' \in M(j) \setminus i}(u_{i',j}, L_j)$

Decision:

對於 $j = 1, 2, \dots, n$ ，計算the log a posteriori probability q_j ，公式如下:

$$q_j = \text{VAR}_{i \in M(j)}(u_{i,j}, L_j)$$

並且對於 $j = 1, 2, \dots, n$ ， $x_j = \begin{cases} 0, & \text{if } q_j \geq 0 \\ 1, & \text{if } q_j < 0 \end{cases}$ ，如果對於解出來的vector

x與parity-check matrix H相乘， $Hx^T = 0$ ，則此vector x即為解碼後得到的codeword；若是 $Hx^T \neq 0$ ，則到message passing繼續計算。

每做完一次Message passing和Decision視為一次iteration，而當iteration的數目超過預期設計好的閾值，則稱為解碼失敗(decoding failure)。

不均等錯誤保護碼(Unequal error protection code, 以下簡稱UEP code)

在UEP code中，會將奇偶校驗矩陣(parity-check matrix)設計成特殊架構，而此特殊架構是把code分成多個level，每個level對訊息保護程度是不相同的，有些level對訊息的保護程度較好，因此可以放入重要的訊息於此段level中；而有些level則對訊息的保護程度較差，此時放入較不重要的訊息與此段level，藉由此種方法能夠達到有效分配訊息，並排放重要性不同層級的訊息到不同level。

系統設計

模擬方式與流程

模擬過程使用C語言，先對需實作的H進行轉換，然後產生G，並把G的資訊轉成一個檔案輸出。接著，會先將H和G資料進行讀取，接著進行LDPC code的模擬，本次專題對於整個LDPC code的模擬過程為：首先進入到編碼過程，編碼器是會有一段原始信息vector u和生成矩陣G相乘形成一個codeword，做法為 $u \times G = x$ ，形成一段大小 $1 \times n$ 的x，為進入到BPSK通道前的input訊號，在此通道會加上雜訊大小 $1 \times n$ 的z，雜訊為AWGN，於W通道的output得到vector y， $y = x + z$ ，最後進入到解碼過程，解碼器是使用sum-product algorithm找出使 $Hx^T = 0$ 成立的codeword，對於沒有在設定好的iteration次數內找到 $Hx^T = 0$ ，而稱為一次decoding failure，而此block為一個error block。

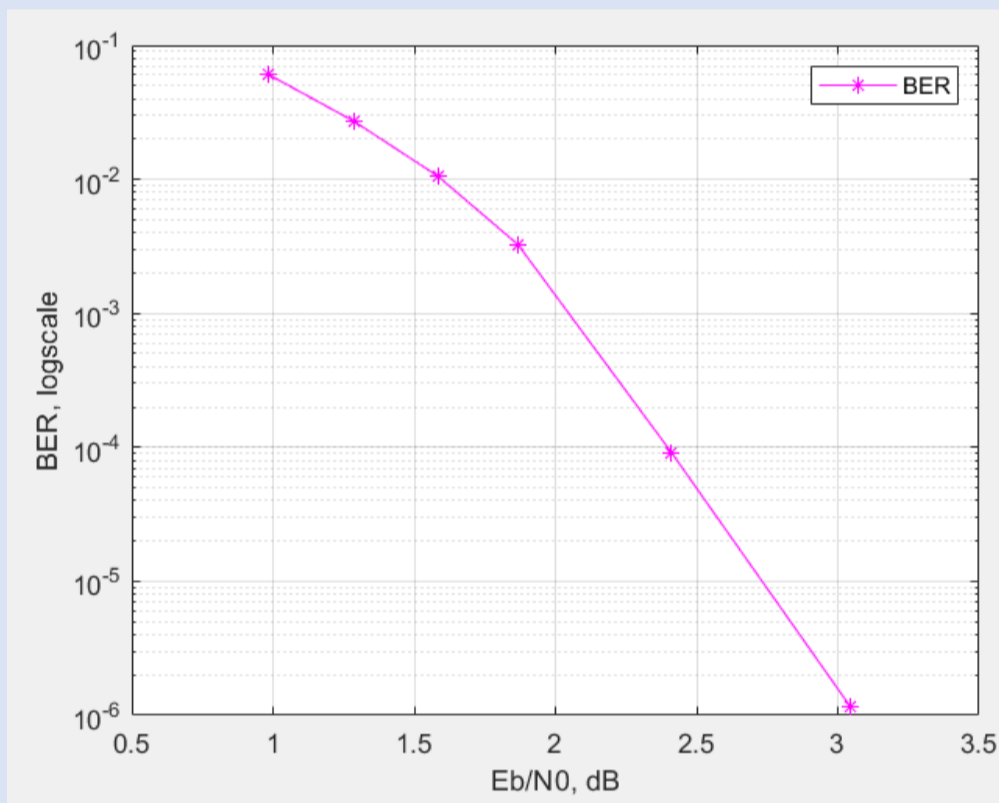
奇偶校驗矩陣(Parity-check matrix)的架構

此次專題模擬部分分成三個部分：

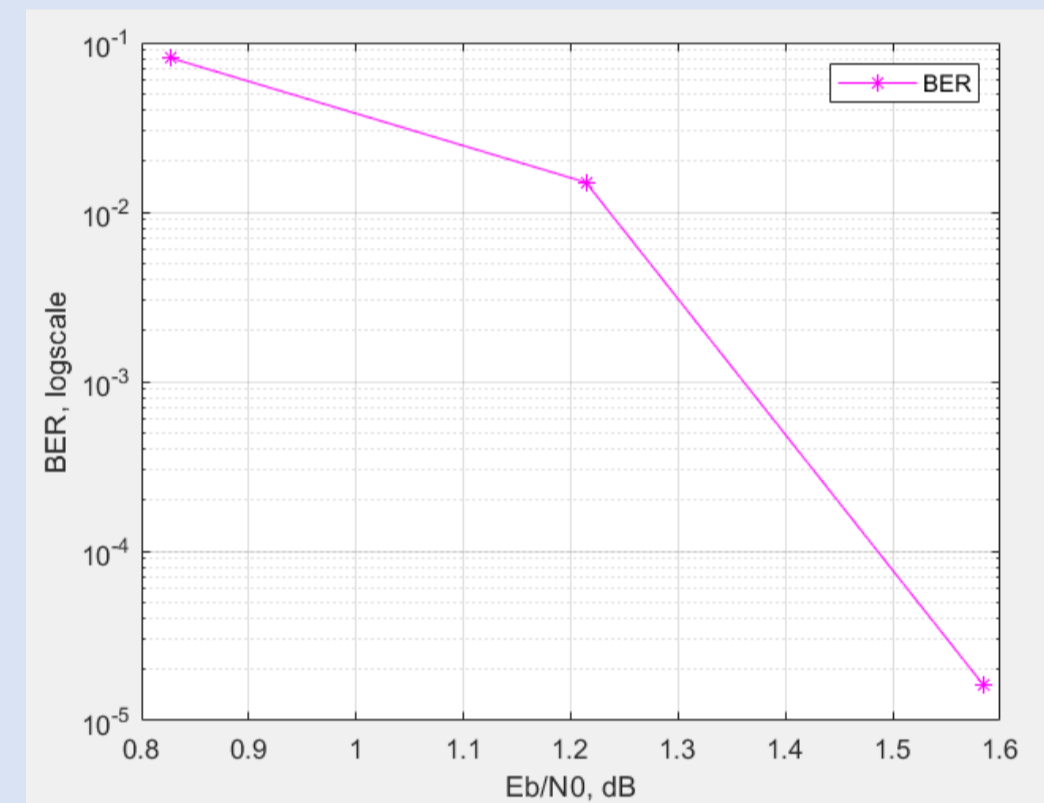
第一部分是模擬不同大小的LDPC code，分別 $(n,k)=(816,408)$ ， $R=0.5$ 的code和 $(n,k)=(8000,4000)$ ， $R=0.5$ 的code。第二部分是使用一種UEP QC-LDPC code，為 $(7376,3688)$ code， $R = 0.5$ ，有1/2是保護程度較好的level，information bits level-1=1844，information bits level-2=1844，其中每一個circulant permutation matrix= 461×461 。第三部分是使用一種EEP QC-LDPC code，為 $(7376,3688)$ code， $R = 0.5$ ，其中每一個circulant permutation matrix= 922×922 。

實驗結果

不同大小的LDPC code模擬

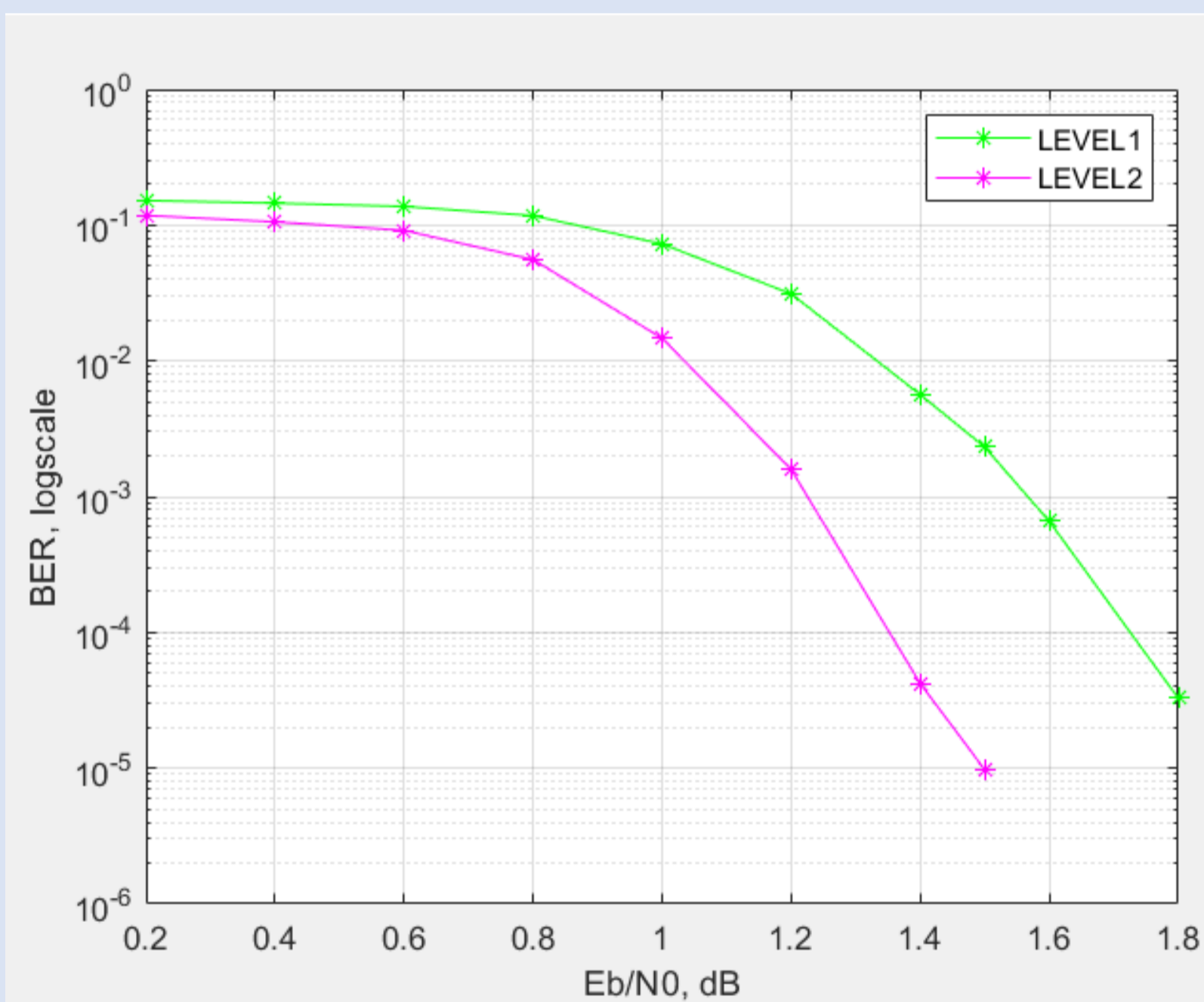


n = 816

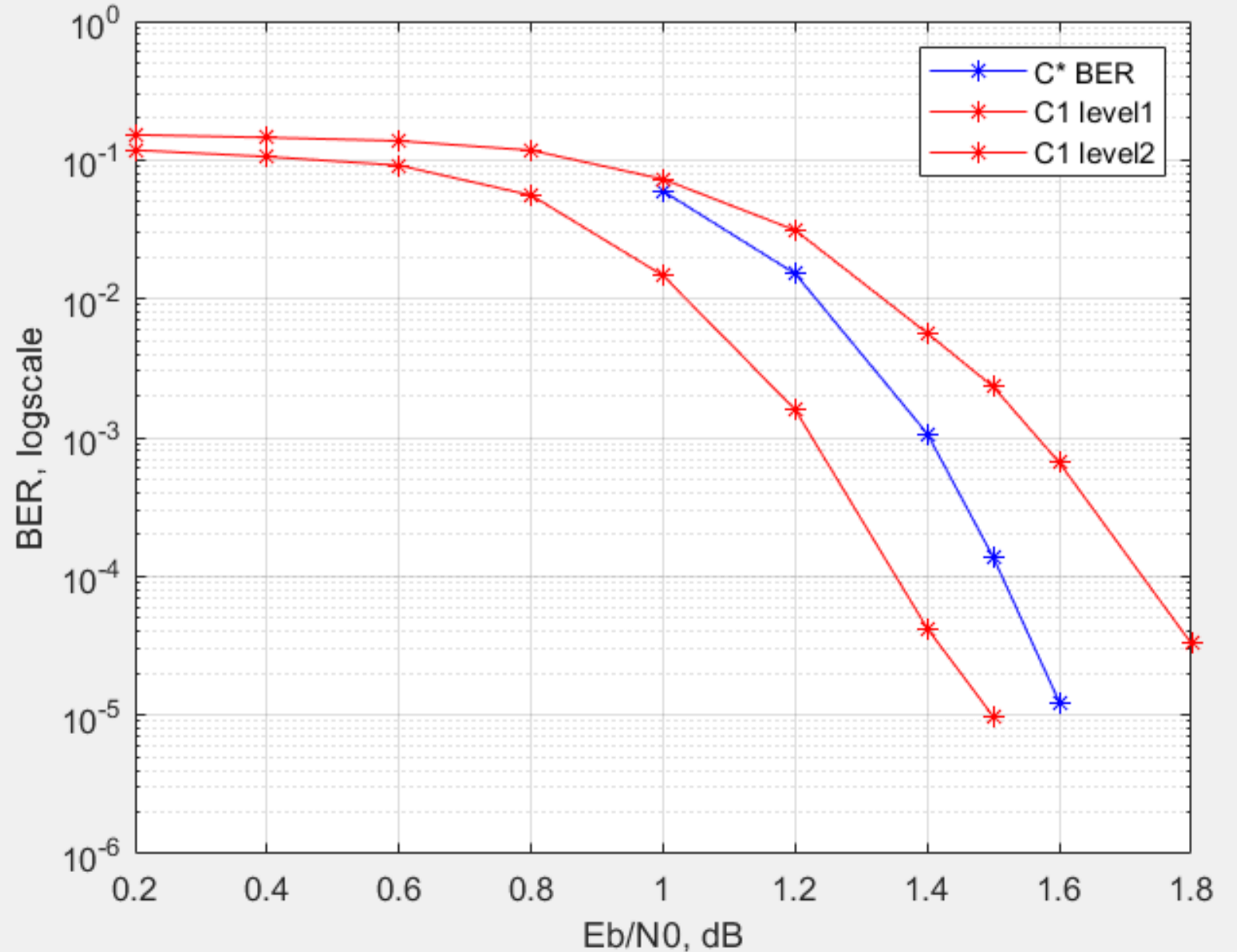


n=8000

UEP QC-LDPC code (C1)模擬



EEP QC-LDPC code (C*)和UEP QC-LDPC code(C1)



結論

這次專題為對EEP QC-LDPC code和UEP QC-LDPC code進行模擬訊號通過BPSK通道後，傳送的訊息能夠得到保護。而UEP code和EEP code相比是分成幾個level進行不同程度的保護，因此當傳遞一段資料可以分那些資料較為重要而使用較好的level去保護，並且也能看到隨著SNR的上升，BER會隨之下降。

參考文獻

[1]R. G. Gallager, "Low-density parity-check codes," IRE Trans. Inf. Theory, vol. IT 8, no. 1, pp. 21-28, Jan. 1962.