

國立清華大學 電機工程學系

實作專題成果摘要

Point Spread Function Deconvolution Using Lucy-Richardson

Algorithm Applied in Terahertz Imaging System

LR 反卷積演算法在太赫茲成像系統的應用

專題領域：電子領域

組 別：A281

指導教授：楊尚樺(Prof. Shang-Hua Yang)

組員姓名：謝昇龍(Sheng-Lung Hsieh)

研究期間：111 年 3 月 1 日至 112 年 4 月 1 日止，共 13 個月

1. Abstract

近年來太赫茲 (THz)技術已經應用在生產線的品質管理、無線通訊系統以及透視成像系統中。太赫茲頻段 (0.1THz~10THz)是整個電磁波頻譜中在技術上和商業應用上都還未成熟的區域。因此太赫茲成像技術是一個非常有潛力的研究領域，可以提供高解析度的高光譜影像。在眾多太赫茲成像方法中，太赫茲時域光譜法 (THz-TDS)是本研究選用的成像方法。

由於點擴散函數 (point spread function)可以用來描述聚焦的光線經過一個光學系統後的光斑在空間中的光強度分布，因此我選擇用高斯分布來近似聚焦的 THz 光斑在空間中的光強度分布。在本次研究中，我對原始數據使用 2D 反卷積來降低光學系統中點擴散函數(point spread function)的影響。反卷積的方法大致可分成兩大類，第一類是在頻域上求解，其中維納反卷積 (Wiener deconvolution) 最具代表性。第二類是在空間域上求解，其中較常用的是 LR Method (Lucy Richardson deconvolution)。我接著設計影像品質評估系統來計算客觀的影像相似度指標來判斷適合的方法。最後我發現 LR Method 的反卷積效果最好，因此選擇此方法應用在太赫茲影像上。

總而言之，我使用 LR Method 來對太赫茲影像作反卷積。實驗結果顯示反卷積後圖形的細節與解析度都提升了不少，代表點擴散函數 (point spread function) 的影響移除了一部分。未來可以將 LR Method 結合深度學習模型來進一步提升高光譜影像的解析度。

2. Motivation

反卷積 (deconvolution)是卷積 (convolution)的逆運算，在影像處理的領域中常用來對影像濾波或是還原濾波前的影像。針對太赫茲 (THz)波段所設計的影像系統其感光元件由於製造成本高昂，所以無法使用感光元件陣列來提高成像品質與對比度。因此使用單一感測元件對待測物進行二維取樣在高光譜成像系統的市場上競爭力較高。然而光線通過透鏡系統進行聚焦的結果不是沒有面積的點，而是中心區域光強度高外圍區域光強度隨距離增加而衰減的二維分布。在成像結果的部分會是模糊不清的圖片。所以需要透過反卷積來達成與感光元件陣列相同的成像品質但成本大幅下降之目的。

3. Purpose

研究基於反卷積的數學模型所開發之多種演算法的影像處理效果，並且透過客觀的影像品質評估指標來尋找最適合的解決方案，提升太赫茲成像系統的解析度與對比。

4. Method

路西理查德森反卷積又稱為 LR 演算法 [1]。由 William Richardson 和 Leon B. Lucy 各自獨立發表基於疊代法 (iterative method) 來還原已知 PSF 的模糊影像。為了方便理解，我假設空間中的影像是一維，也就是 $\Omega = \mathbb{R}$ ，而疊代出來的影像是 x_r ，其中關係式為：

$$x_{r+1}(u) = x_r(u) \int_{\mathbb{R}} \frac{k(s-u)b^\delta(s)}{\int_{\mathbb{R}} k(s-t)x_r(t)dt} ds, u \in \mathbb{R}, r = 0, 1, \dots$$

$x_0 = b^\delta$ 代表實驗得到的模糊影像

$k(t)$ 是 PSF 的分布，先假設為一維高斯分布： $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}, t \in \mathbb{R}$ ，接下來卷積轉換後

的型式： $\int_{\mathbb{R}} \frac{1}{\sigma} k\left(\frac{t-u}{\sigma}\right) x(u) du$ 。

最後假設 $x(t) = ae^{-c(t-\mu)^2} \Rightarrow x_0(t) = H(t) = a \int_{\mathbb{R}} \frac{1}{\sigma} k\left(\frac{t-\mu-u}{\sigma}\right) e^{-cu^2} du$

$$= \underbrace{\frac{a}{\sqrt{1+2c\sigma^2}}}_{a_0} e^{-\frac{\frac{c}{1+2c\sigma^2}(t-\mu)^2}{c_0}}$$

經過整理與化簡後得到以下關係式：

$$x_r(t) = a_r e^{-c_r(t-\mu)^2}, r = 2, 3, 4, 5, 6, \dots$$

$$a_{r+1} = \frac{a_0 \sqrt{1+2c_r\sigma^2}}{1+2\sigma^2 \left(c_0 - \frac{c_r}{1+2c_r\sigma^2} \right)}$$

$$c_{r+1} = c_r + \frac{c_0 - \frac{c_r}{1+2c_r\sigma^2}}{1+2\sigma^2 \left(c_0 - \frac{c_r}{1+2c_r\sigma^2} \right)}$$

以上就是 LR 演算法的數學模型，此模型不只可以用在一維空間，在多維空間上也適用 [2]。接下來進入實作的部分，本次我一樣選擇 **Matlab**[®] 的影像處理套件 (Image Processing Toolbox) [3]。其中 [deconvlucy](#) 可以對一個二維影像進行反卷積。

5. Results

Sample I (十字形燙金圖案)

本張圖片是十字形圖案，原始圖片請參考 **Fig. 1**，未經處理過的影像相當模糊，只有中心部分較亮，位於邊緣的細節完全消失。經過 LR 反卷積和硬閾值後的影像請參考 **Fig. 2(b)**，經過處理過後的影像已經有十字形的輪廓，接下來就計算影像的 PSNR 與 SSIM 來比較影像處理的效果，結果整理在 **Table 1** 中。

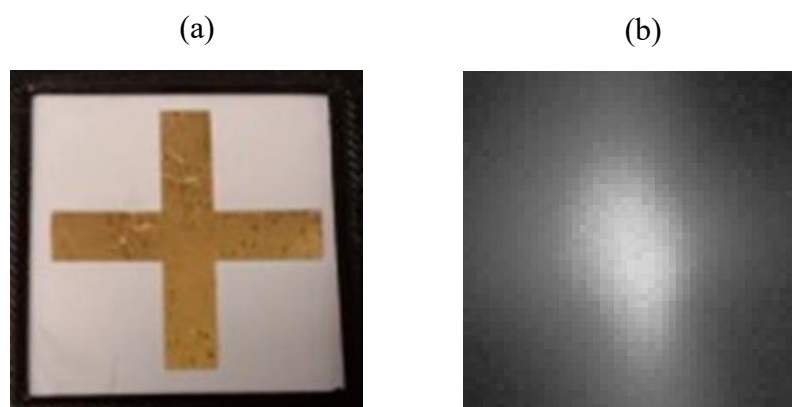


Fig. 1 (a) Cross shape sample **(b)** THz image.

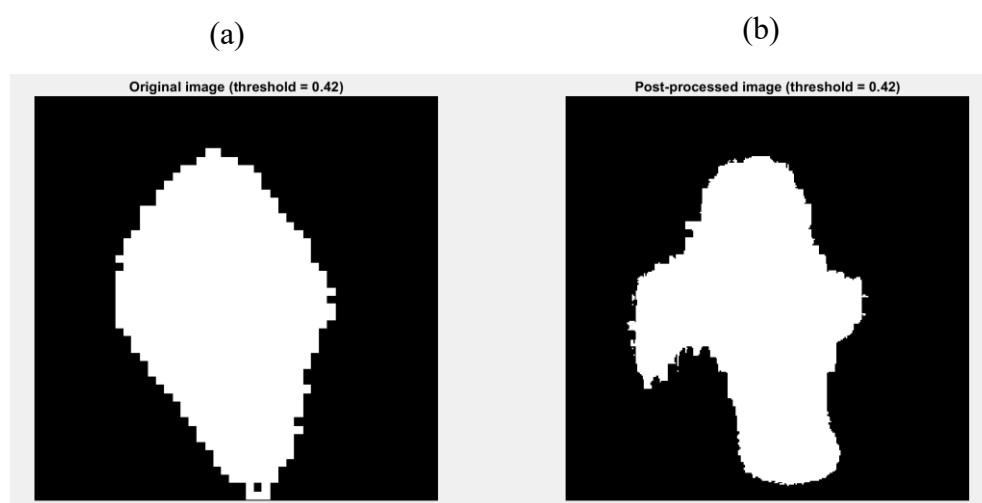


Fig. 2 (a) Raw image after hard thresholding **(b)** Deconvolved image after hard thresholding.

Table 1 Image quality index of the sample before/after deconvolution.

Index	Raw Image	LR Deconvolution	Hard Thresholding
PSNR (dB)	28.5	28.6	28.1
SSIM	0.39	0.4	0.83

6. Conclusion

對於一個影像系統來說，可以大致分為硬體部分與軟體部分。假如成像品質不理想，更動硬體架構會提高成本與消耗大量的時間，因此軟體的部分顯得格外重要，使用訊號處理的技術來實現快速且低成本的影像品質提升是目前的趨勢，在應用情境方面如行動裝置的相機與自駕車上的感測器等。根據以上的說明，我選擇使用反卷積來提升影像品質，讓圖片變得更清晰。接著將理論應用到實際的圖片上確認是否有效，就實驗結果而言，此方法確實有效，但改善的效果有限，未來尚有進步的空間。

7. Review and Reflections

太赫茲技術在近年來因為在第六代行動通訊系統 (6G)的應用而廣為人知，但是鮮少人了解到太赫茲成像系統的強大之處。由於太赫茲波段的電磁波具有高穿透性與非游離性等優點，能夠執行非破壞性檢測，在工業與醫療領域有相當多的應用，所以我認為這是相當有潛力的技術。在研究期間，由於缺乏對元件與光學的相關知識，在閱讀論文與期刊上相當吃力，因此在學期之間的時間花了不少力氣在補足專業知識的方面，同時與實驗室的學長與老師討論研究的方向，以及利用網路上的開放資源學習軟體的部分。雖然對實驗室的貢獻有限，但我學到了溝通的技巧與負責任的態度，我相信這是在清華大學裡最大的收穫。最後我要特別感謝楊尚樺老師以及實驗室的碩博士生在這一年的幫忙，讓我能夠更有效率的完成實作專題課程。

8. Reference

- [1] Liu, D., Chen, X., & Liu, X. (2019). An improved Richardson-Lucy algorithm for Star Image deblurring. 2019 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC).
- [2] Khan, M. K. (2013). Iterative methods of Richardson-Lucy-type for image Deblurring. Numerical Mathematics: Theory, Methods and Applications, 6(1), 262–275.
- [3] MATLAB and Image Processing Toolbox Release R2021a, The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.