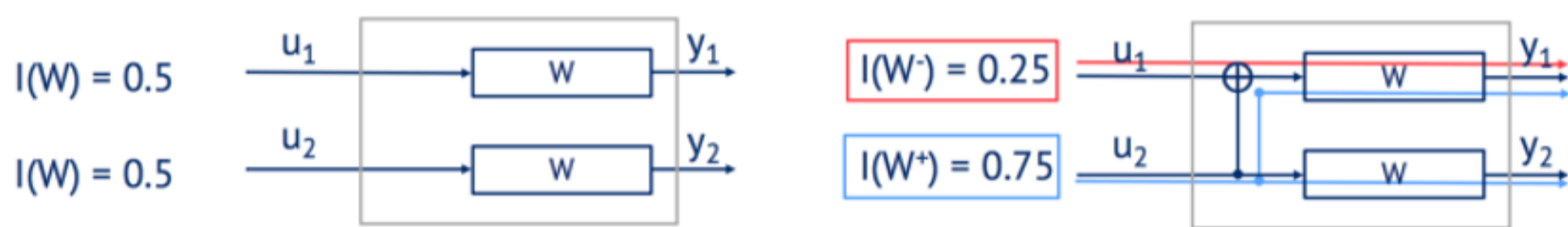


## 摘要

極化碼是一種用來做通訊傳輸的編碼方法，是第一個可以被證實達成Shannon capacity的編碼方式，目前主要是運用在5G傳輸方面。極化碼由於設計的構造，會對通道做極化，使一部分的通道容量接近1(資訊位元)，另一部分通道容量接近0，並利用資訊位元作為傳輸通道。然而在碼長有限的狀況下，傳統的Successive Cancellation(SC)解碼，極化碼的性能較差，為了提高解碼性能，有一種改進的解碼方式Successive Cancellation List(SCL)。本專題主要是在討論SC及SCL解碼算法的原理和結構的不同，並比較SC及SCL在不同的信噪比及編碼率(coding rate)的解碼性能。

### 通道極化跟編碼

在討論通道極化時，我們都是用B-DMC通道獨立的通道轉移機率： $W: X \rightarrow Y$ ,  $W(y|u)$ ,  $u \in X$ ,  $y \in Y$  經過通道極化後的通道轉移機率  $W^{(i)}_N$ ： $X \rightarrow Y^N \times X^{i-1}$ ,  $W^{(i)}_N(Y_1^N, u_1^{i-1} | u_i)$ 。從下圖可以看出透過通道極化，可以讓圖二紅色通道容量減少，而藍色通道容量增加，當碼長增加時會使一部分通道容量接近1，再利用那些訊息通道做傳輸。



### 通道解碼

經過通道傳輸之後，訊號加入了雜訊，而我們把接收到的訊號的值，除以雜訊平方差，再取自然對數，如式三所示，就可得對數似然比，取對數的用意是簡化之後運算的系統複雜度

$$L(y) = \ln \frac{p(y|0)}{p(y|1)} = \frac{2y}{\sigma^2}$$

SC 解碼可分為f 函數 及g 函數，當要對奇數通道解碼時，就須使用f函數，當要對偶數通道解碼時，則須使用g函數，自然對數似然比的公式如下，

f 函數:

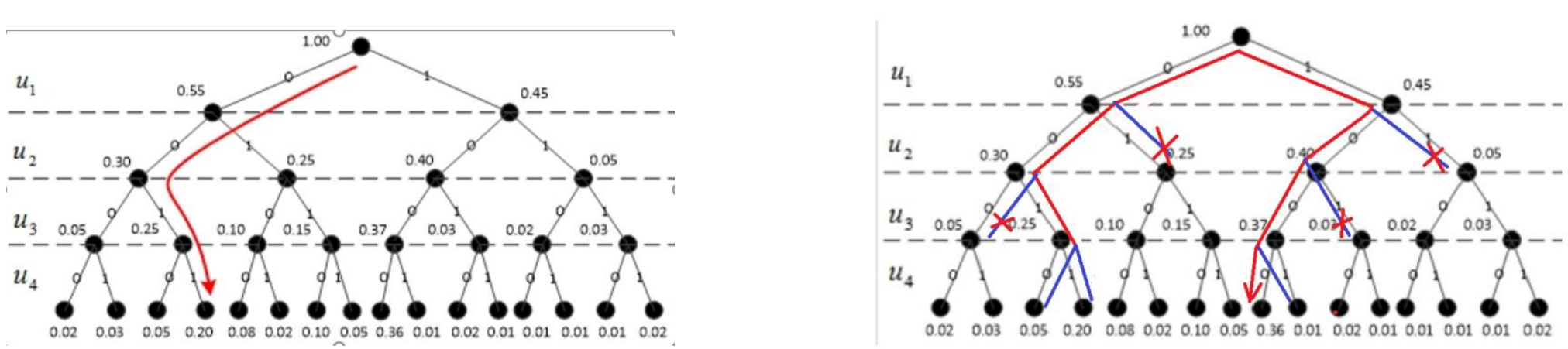
$$L_{2N}^{2i-1}(y_1^{2N}, u_1^{2i-2}) = \text{sign}(L_1 \times L_2) \cdot \min(|L_1|, |L_2|) \quad (4)$$

g 函數:

$$L_{2N}^{2i}(y_1^{2N}, \hat{u}_1^{2i-1}) = (-1)^{\hat{u}_1^{2i-1}} \cdot L_1 + L_2 \quad (5)$$

### SCL解碼

為了改進SC解碼的不足，SCL解碼將探索路徑增加，SC解碼是以當下計算出的最佳對數似然值去選擇路徑，而SCL解碼則是用L條路徑去進行最佳路徑的探索，而SC解碼也可以理解成L=1的SCL解碼。如此一來能減少解碼錯誤的發生。下圖左SC解碼，右為L=2的SCL解碼。

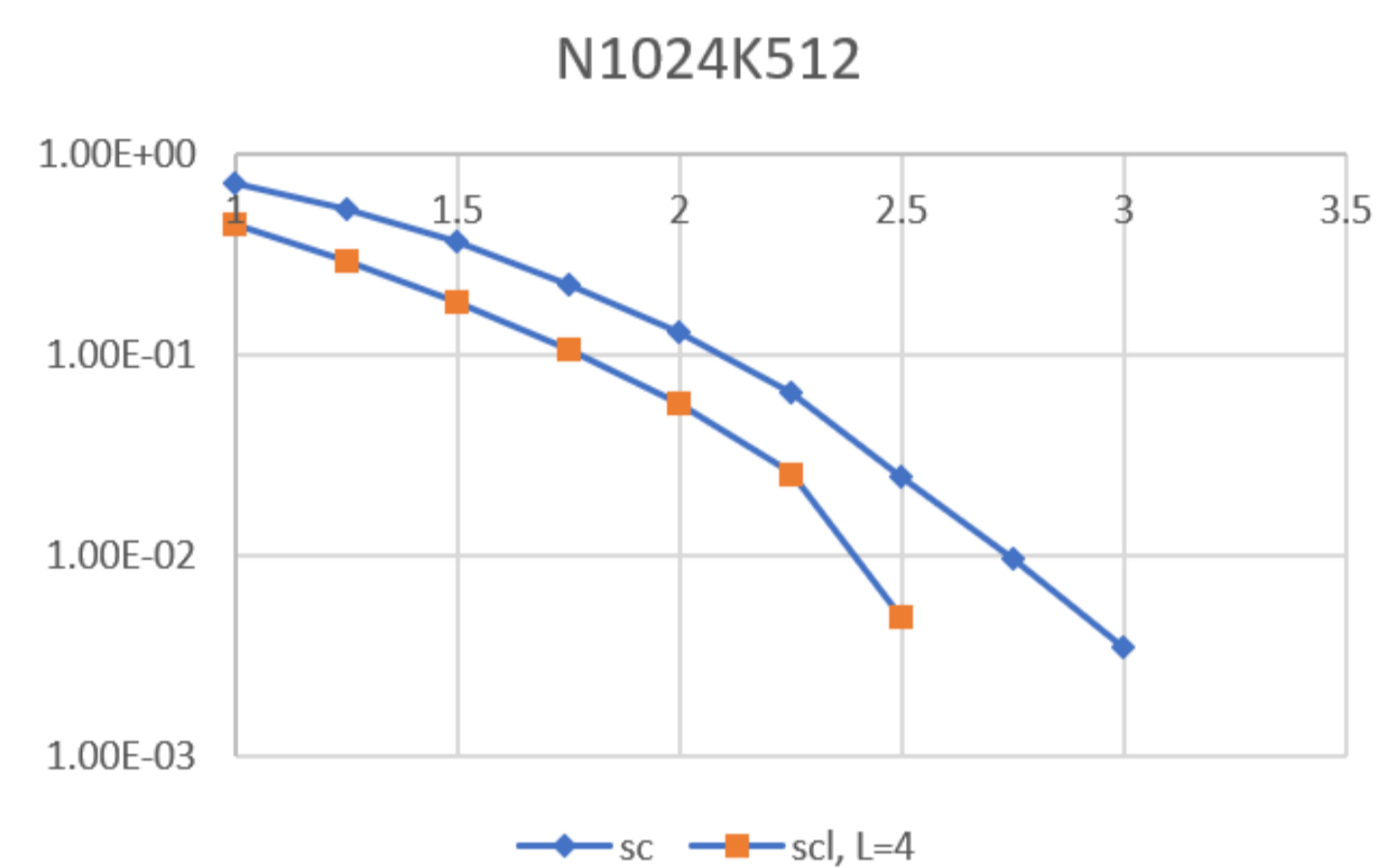


### 實驗結果

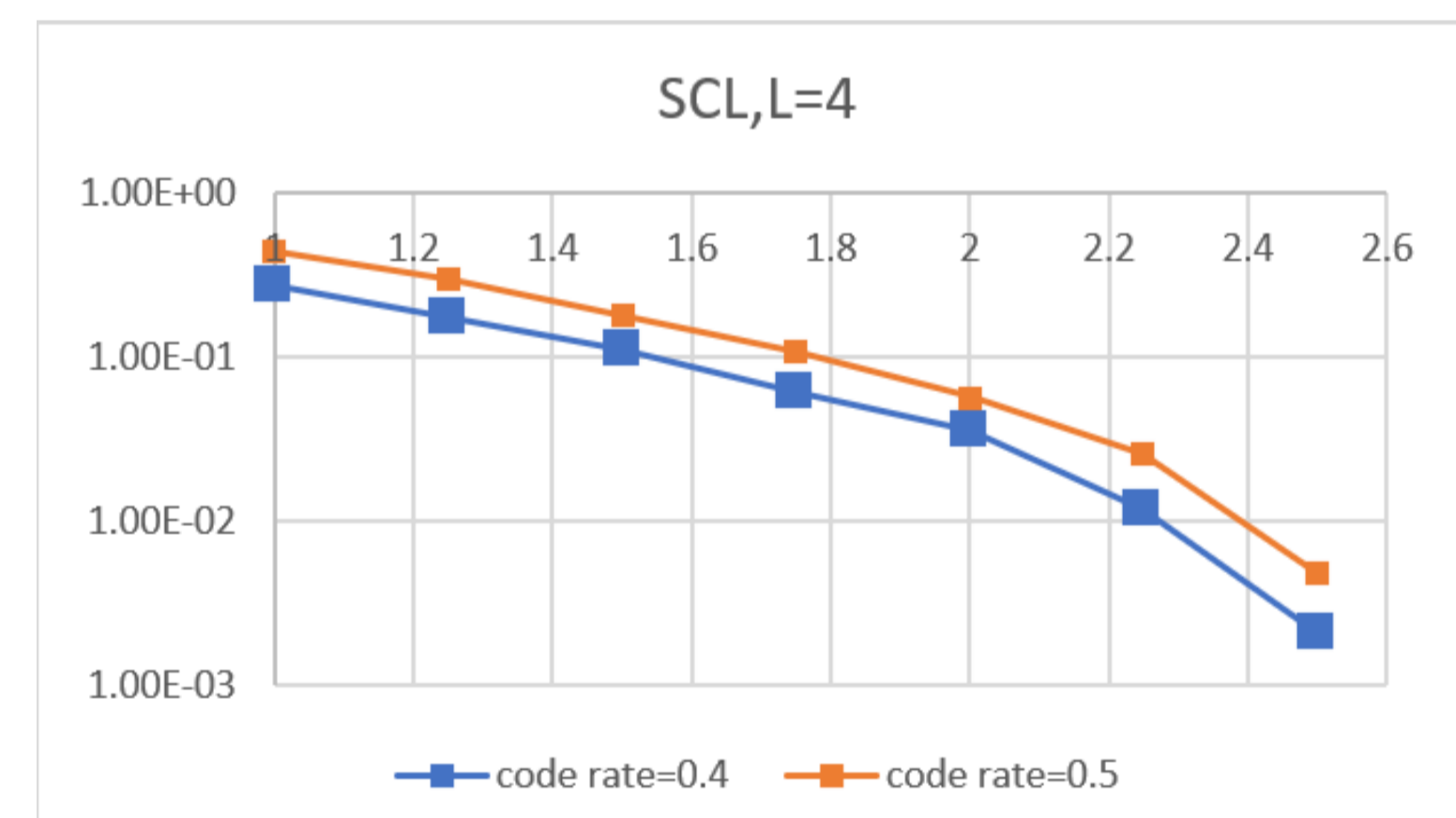
#### 實驗方法

利用隨機產生的1和0位元，當作輸入訊號，並用random函數模擬雜訊，在解碼完後比較輸出跟輸入是否有錯誤，並記錄錯誤的次數，每個數據皆為測試十萬筆後的數據。

#### 數據分析



相較於SC解碼，SCL解碼更具有更低的錯誤率，隨著L的增加，SCL的效能也會有顯著的增加。



編碼率較小的解碼，錯誤率也相對較低，因為編碼率的公式為資訊位元除以所有位元，所以編碼率小代表在通道極化後，可以選擇容量較接近1的通道，極化較完全的通道，如圖三所示，而中間那些因為碼長有限而信道極化不完全的位元，會優先被排除掉，所以解碼錯誤率自然會降低。

### 結論

對於不同的參數，我們得到不同的錯誤率，而錯誤率的趨勢也跟我們在原理中提到的一致。SCL的確有改善SC在有限碼長的解碼中錯誤率太高的問題。而SCL系統複雜及記憶體所需要占用的空間也較大，這也增加了硬體實現的難度，在此本專題就不多加討論硬體實現的問題。